

Fragen LFK für FOM2013 SSMathematik für Wirtschaftsinformatiker

Frage 1	<p>Welche Aussagen über natürliche Zahlen treffen zu?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p>Jede natürliche Zahl n hat einen Vorgänger.</p> <hr/> <p>Keine der übrigen Aussagen trifft zu.</p> <hr/> <p><input checked="" type="checkbox"/> Die Menge \mathbb{N} der natürlichen Zahlen besitzt ein kleinstes Element.</p> <hr/> <p><input checked="" type="checkbox"/> Jede natürliche Zahl n hat einen Nachfolger.</p> <hr/> <p>Zwei natürliche Zahlen k und m, die den gleichen Nachfolger n besitzen, sind verschieden.</p> <hr/>
Frage 2	<p>Welche Aussagen über Primzahlen sind richtig?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p>Eins ist die kleinste Primzahl.</p> <hr/> <p><input checked="" type="checkbox"/> Für jede natürliche Zahl existiert eine eindeutige Primfaktorzerlegung.</p> <hr/> <p>Es lässt sich beweisen, dass jede gerade Zahl, die größer ist als drei, durch die Summe zweier Primzahlen ausgedrückt werden kann.</p> <hr/> <p>Keine der übrigen Aussagen ist richtig.</p> <hr/> <p><input checked="" type="checkbox"/> Es existiert nur eine gerade Primzahl.</p> <hr/>
Frage 3	<p>Welche Aussagen über rationale Zahlen sind korrekt?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Eine rationale Zahl z ist das Verhältnis zweier ganzer Zahlen m und n. Dies entspricht dem Quotienten $\frac{m}{n}$. Dabei muss n von Null verschieden sein.</p> <hr/> <p>Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.</p> <hr/> <p>Die Mächtigkeit der Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen ist größer als die Mächtigkeit der Menge \mathbb{N} der natürlichen Zahlen.</p> <hr/> <p>Die Kreiszahl π ist eine rationale Zahl.</p> <hr/> <p><input checked="" type="checkbox"/> Zwischen zwei rationalen Zahlen a und b liegt stets mindestens eine weitere rationale Zahl.</p> <hr/>
Frage 4	<p>Ein Bruch kann im Dezimalsystem unter Verwendung von Nachkommastellen angegeben werden. Dabei können Ziffernfolgen auftreten, die sich endlos wiederholen. Diese werden als Perioden bezeichnet. So gilt etwa</p> $\frac{1}{7} = 0,142857.$ <p>Welche Aussagen über periodische Brüche sind richtig?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ein im Dezimalsystem nichtperiodischer Bruch kann in einem anderen Zahlssystem (zum Beispiel im Binärsystem) eine periodische Darstellung besitzen.</p> <hr/>

Irrationale Zahlen lassen sich durch periodische Brüche darstellen.

$0,\bar{9} = 1.$

Die Periode beginnt grundsätzlich unmittelbar hinter dem Dezimaltrenner (Komma).

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.



Frage 5

Im Dezimalsystem, das als Basis die Zehn verwendet, werden Zahlen nach einem Stellenwertsystem von Einern, Zehnern, Hundertern, Tausendern und so weiter aufgebaut. So kann die Zahl 7483 verstanden werden als

$$\begin{array}{r} 7 \cdot 1000 \\ + 4 \cdot 100 \\ + 8 \cdot 10 \\ + 3 \cdot 1 \\ \hline 7483 \end{array}$$

Allgemein kann in einem Stellenwertsystem zur Basis B eine Zahl Z aus ihren n Ziffern $z_i, i = 0 \dots n$ konstruiert werden mit

$$Z = \sum_{i=0}^n z_i B^i$$

Welche Aussagen über Stellenwertsysteme sind richtig?

Antworten:

Alternativ zum Dezimalsystem existieren nur noch das Binär- und das Hexadezimalsystem.

Der Wert der Basis gibt die Anzahl der erforderlichen Ziffersymbole an.

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

Die Zahl 12 als Basis für ein Stellenwertsystem ist vorteilhaft, weil sie erheblich mehr Teiler besitzt als die fast gleichgroße Zahl 10. Die Bedeutung des Duodezimalsystems ist aus dem Vorkommen entsprechender Zahlwörter (Dutzend, Schock, Gros und Zwölf - nicht etwa Zwei-Zehn) ersichtlich.

Eine Zahl wechselt bei Übergang von einem in ein anders Stellenwertsystem ihre Darstellung, nicht aber ihren Wert.



Frage 6

Eine quantitative Größe g wird gegeben als Zahl z und Einheit u . Welche der folgenden Aussagen sind in diesem Zusammenhang korrekt?

Antworten:

Die Größe ist die Summe von Zahl und Einheit: $g = z + u.$

Größen verschiedener Einheiten können multipliziert werden.

Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.

Größen verschiedener Einheiten können addiert werden.

Die Größe ist das Produkt aus Zahl und Einheit: $g = z \cdot u.$



Frage 7

Welche Aussagen über Operationen mit natürlichen Zahlen treffen zu?

Antworten:

	<p>Die Differenz zweier natürlicher Zahlen ist stets wieder eine natürliche Zahl.</p> <hr/> <p><input checked="" type="checkbox"/> Die Summe zweier natürlicher Zahlen ist wieder eine natürliche Zahl.</p> <hr/> <p>Der Quotient zweier natürlicher Zahlen ist niemals eine natürliche Zahl.</p> <hr/> <p>Keine der übrigen Aussagen trifft zu.</p> <hr/> <p><input checked="" type="checkbox"/> Das Produkt zweier natürlicher Zahlen ist wieder eine natürliche Zahl.</p>
Frage 8	<p>Auf der Rechnung eines Stromversorgers finden sich zur Bestimmung des Rechnungsbetrages folgende Angaben:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Energielieferung: 5.348 kWh, • Tarif: 0,217 Euro/kWh. <p>Welche der folgenden Aussagen sind in diesem Zusammenhang korrekt?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p>Der Rechnungsbetrag ist aus den angegebenen Größen nicht zu bestimmen.</p> <hr/> <p>Im Abrechnungszeitraum sind maximal 5348 kW je Stunde verbraucht worden.</p> <hr/> <p>Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.</p> <hr/> <p><input checked="" type="checkbox"/> Der Rechnungsbetrag wird 1160,52 Euro betragen.</p> <hr/> <p><input checked="" type="checkbox"/> Der Energiebezug ist so hoch, wie wenn man 2674 Stunden lang 20 Glühlampen mit je 100 Watt betrieben hätte.</p>
Frage 9	<p>Der Mehrwertsteuersatz auf ein Produkt betrage $p = 19\%$. Man erwirbt Ware dieses Produktes zum Bruttopreis b von 100 Euro. Welche Aussagen über die Mehrwertsteuer m sind richtig?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> $m = 15,97$ Euro</p> <hr/> <p>$m = 19$ Euro.</p> <hr/> <p>Keine der übrigen Aussagen ist richtig.</p> <hr/> <p><input checked="" type="checkbox"/> Der Nettopreis der Ware ist $n = \frac{b}{1+p}$.</p> <hr/> <p>Der Nettopreis der Ware ist $n = b - p/100$.</p>
Frage 10	<p>Jemand erwirbt zwei Produkte A und B. Der Gesamtpreis beträgt $P_g = 110$ Währungseinheiten. Der Preisunterschied beträgt $P_d = 100$ Währungseinheiten. Das Produkt A hat einen höheren Preis als B. Welche Aussagen sind richtig?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p>A kostet 100 Währungseinheiten.</p> <hr/> <p>Eine solche Preiskonstellation ist unmöglich.</p> <hr/> <p>Keine der übrigen Aussagen ist richtig.</p> <hr/> <p><input checked="" type="checkbox"/> A kostet 105 Währungseinheiten.</p>

	B kostet 10 Währungseinheiten.
Frage 11	<p>Welche der folgenden Aussagen zur Bildung von Mengen sind korrekt?</p> <p>Antworten:</p> <p><input type="checkbox"/> Werden die Elemente einer Menge durch Auflistung festgelegt, dann ist deren Reihenfolge bedeutsam.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Die Elemente einer Menge können durch Aufzählung festgelegt werden.</p> <p><input type="checkbox"/> Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Die Elemente einer Menge können von unterschiedlicher Art sein.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Die Elemente einer Menge können durch Beschreibung festgelegt werden.</p>
Frage 12	<p>Welche der folgenden Aussagen über verknüpfende Mengenoperationen zweier Mengen $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ und $P = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ sind richtig?</p> <p>Antworten:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Die Restmenge $C = U \setminus P = \{1, 9\}$.</p> <p><input type="checkbox"/> Keine der übrigen Aussagen ist richtig.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Die Schnittmenge $S = U \cap P = \{3, 5, 7, 11\}$ ist nie mächtiger als eine der gegebenen Mengen.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Für die Schnittmenge S gilt: $S = (U \cap P) \setminus ((U \setminus P) \cap (P \setminus U))$.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Die Vereinigungsmenge ist $V = U \cup P = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11\}$.</p>
Frage 13	<p>Welche Aussagen über Eigenschaften von Mengen treffen zu?</p> <p>Antworten:</p> <p><input type="checkbox"/> Eine Menge muss mindestens ein Element enthalten.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Jede Menge enthält die leere Menge.</p> <p><input type="checkbox"/> Eine Menge kann sich nicht selbst als Element enthalten.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Zwei Mengen sind gleich, wenn sie die gleichen Elemente enthalten.</p> <p><input type="checkbox"/> Keine der übrigen Aussagen trifft zu.</p>
Frage 14	<p>Welche Aussagen über Eigenschaften von Elementen in Mengen sind richtig?</p> <p>Antworten:</p> <p><input type="checkbox"/> Ein Element darf mehrfach in einer Menge enthalten sein.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ein Element einer Menge ist auch Element aller Teilmengen dieser Menge.</p> <p><input type="checkbox"/> Keine der übrigen Aussagen ist richtig.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Es muss möglich sein, zu entscheiden, ob eine Element in einer Menge enthalten ist oder nicht.</p> <p><input type="checkbox"/> Eine Menge kann kein Element einer Menge sein.</p>

Frage 15	<p>Relationen sind Beziehungen zwischen Objekten. Diese können jeweils Elemente bestimmter Mengen sein. Welche Aussagen über Eigenschaften von Relationen sind richtig?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p><input type="checkbox"/> Keine der übrigen Aussagen ist richtig.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Eine Relation ist eine Menge von Tupeln.</p> <p><input type="checkbox"/> Relationen sind immer auch Funktionen.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Funktionen sind Relationen.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Zu jeder Relation existiert eine Umkehrrelation.</p>
Frage 16	<p>Negation, Konjunktion und Disjunktion sind Grundoperationen der Aussagenlogik. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p><input type="checkbox"/> $\neg(A \wedge B) = \neg A \wedge \neg B$</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$</p> <p><input type="checkbox"/> Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.</p> <p><input type="checkbox"/> $\neg(A \vee B) = \neg A \vee \neg B$</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$</p>
Frage 17	<p>Es gelte für die Aussagen A und B die Implikation $A \rightarrow B$, die besagt, dass B wahr ist, wenn A wahr ist. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p><input type="checkbox"/> Keine der übrigen Aussagen ist richtig.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> B ist notwendige Bedingung für A.</p> <p><input type="checkbox"/> A ist notwendige Bedingung für B.</p> <p><input type="checkbox"/> B ist hinreichende Bedingung für A.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> A ist hinreichende Bedingung für B.</p>
Frage 18	<p>In der Prädikatenlogik werden der Existenzquantor \exists und der Allquantor \forall verwendet. Welche der folgenden Aussagen verwenden die Quantoren in dem Sinne korrekt, dass die jeweilige Aussage wahr ist?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> $\exists x(x \in \mathbb{R} \wedge \frac{1}{x} = x)$</p> <p><input type="checkbox"/> $\forall n(n, m \in \mathbb{N} \wedge n - m \in \mathbb{N})$</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> $\exists n(n \in \mathbb{N} \wedge 42n = 42)$</p> <p><input type="checkbox"/> In keiner der übrigen Aussagen werden die Quantoren korrekt verwendet.</p>

	<p>X $\forall x(x \in \mathbb{R} \wedge \frac{x}{2} \in \mathbb{R})$</p>
<p>Frage 19</p>	<p>Innerhalb der Prädikatenlogik spielt die Quantorenlogik eine besondere Rolle. Definiert sind dort der Existenzquantor \exists und der Allquantor \forall.</p> <p>Es sei eine zweistellige Relation $K(x, y)$ gegeben. Darin bezeichnen x und y Mitglieder aus einer endlichen Menge \mathbb{M} von Personen. Die Relation habe die Semantik <i>kennen</i> in dem Sinne, dass die Person x eine Person y kennt.</p> <p>Unter Verwendung der Allquantoren lassen sich Aussagen bilden. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p><input type="checkbox"/> $\exists x \exists y K(x, y)$ bedeutet, dass niemand alle Personen aus \mathbb{M} kennt.</p> <p>X <input checked="" type="checkbox"/> $\forall x \exists y K(x, y)$ bedeutet, dass alle Personen aus \mathbb{M} zumindest eine Person kennen.</p> <p>X <input checked="" type="checkbox"/> $\forall x \forall y K(x, y)$ bedeutet, dass in \mathbb{M} jeder jeden kennt.</p> <p><input type="checkbox"/> Keine der übrigen Aussagen ist richtig.</p> <p>X <input checked="" type="checkbox"/> $\exists x \forall y K(x, y)$ bedeutet, dass zumindest eine Person alle übrigen Personen aus \mathbb{M} kennt.</p>
<p>Frage 20</p>	<p>Unter den Beweisverfahren spielt der direkte Beweis eine große Rolle. Welche der folgenden Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?</p> <hr/> <p>Antworten:</p> <p>Die Aussage, dass das Quadrat einer ungeraden Zahl $n = 2k + 1, k \in \mathbb{N}$ wiederum ungerade ist, kann mit den binomischen Formeln direkt bewiesen werden:</p> <p>X <input checked="" type="checkbox"/> $\begin{aligned} n^2 &= (2k + 1)^2 \\ &= 4k^2 + 4k + 1 \end{aligned}$</p> <p>Vielfache von 4 sind stets gerade. Nachfolger von geraden Zahlen sind stets ungerade.</p> <p><input type="checkbox"/> Keine der übrigen Aussagen ist richtig.</p> <hr/> <p>Die Aussage, dass der Logarithmus (zur Basis b) eines Produktes zweier positiv reeller Zahlen x und y gleich der Summe der Logarithmen sei, kann mit $x = b^u, y = b^v$ direkt bewiesen werden:</p> <p>X <input checked="" type="checkbox"/> $\begin{aligned} x \cdot y &= b^u \cdot b^v = b^{u+v} \\ \log_b x \cdot y &= \log_b b^{u+v} = u + v \\ &= \log_b x + \log_b y \end{aligned}$</p> <hr/> <p>Die Aussage, dass die Potenzoperation $f = x^y$ für reelle Argumente kommutativ sei, kann direkt bewiesen werden:</p> <p>$\begin{aligned} x = 2, y = 2 &\Rightarrow 2^2 = 2^2 \\ x = 2, y = 4 &\Rightarrow 2^4 = 4^2 \end{aligned}$</p> <p>Es gilt also allgemein, dass Basis und Exponent vertauscht werden können.</p> <p><input type="checkbox"/> Durch direkten Beweis kann man zeigen, dass stets Punkt- vor Strichrechnung gilt.</p>

Frage 21 Welche Aussagen über Vektoroperationen treffen zu? Es kann angenommen werden, dass Vektoren \vec{a} in n -dimensionalen kartesischen Koordinaten dargestellt sind: $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$.

Antworten:

Keine der übrigen Aussagen trifft zu.

X Vektoren werden addiert, indem ihre korrespondierenden Komponenten addiert werden.

Die Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar liefert einen Vektor, dessen Richtung gegenüber der ursprünglichen Vektor verändert ist.

Das Skalarprodukt zweier Vektoren \vec{a} und \vec{b} wird berechnet als

X
$$\vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{b} = \sum_{i=1}^n a_i b_i.$$

Das Kreuzprodukt $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ ist kommutativ.

Frage 22 Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Unter welchen notwendigen Bedingungen ist das Gleichungssystem lösbar?

Antworten:

X Es muss quadratisch sein.

Das Gleichungssystem ist unter keiner der übrigen Bedingungen lösbar.

Die Koeffizienten b_i der rechten Seite müssen reell sein.

Die Determinante der Koeffizientenmatrix muss Null sein.

X Sein Rang muss seiner Dimension entsprechen.

Frage 23 Gegeben seien

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \\ 2 & -3 & 7 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Welche Rechenergebnisse sind korrekt?

Antworten:

$\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{B} = 123$

X $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 11 \\ 56 \end{pmatrix}$

X $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{32} \begin{pmatrix} -25 & -48 & 14 \\ -12 & -32 & 8 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

$\det \mathbf{A} = 42$

Keines der übrigen Rechenergebnisse ist korrekt.

Frage
24

In der linearen Algebra werden quadratische Matrizen verwendet. Welche Aussagen über ihre Eigenschaften sind korrekt? \mathbf{A} sei eine quadratische Matrix.

Antworten:

$\det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}^T$

Die Inverse orthogonalen Matrix ist gleich ihrer Transponierten: $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$.

Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.

Die Determinante einer quadratischen Matrix verschwindet zu Null, wenn ihr Rang kleiner als ihre Dimension ist.

Sind Zeilen oder Spalten einer quadratischen Matrix linear voneinander abhängig, dann wird ihr Rang kleiner als ihre Dimension.

Frage
25

Für eine quadratische Matrix \mathbf{A} der Dimension $n \times n$ ist die Determinante $\det \mathbf{A}$ definiert. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

Antworten:

Bildet man aus \mathbf{A} durch Vertauschen von zwei Zeilen oder Spalten die Matrix \mathbf{B} , dann unterscheiden sich die Determinanten von \mathbf{A} und \mathbf{B} höchstens im Vorzeichen.

$\det c \cdot \mathbf{A} = c^n \det \mathbf{A}$, $c \in \mathbb{R}$.

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

$\det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}^T$.

$\det \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det \mathbf{A}}$. Die Matrix \mathbf{A} ist also invertierbar, solange ihre Determinante von Null verschieden ist.

Frage
26

Viele Folgen streben Grenzwerten zu. Welche Aussagen sind richtig?

Antworten:

Sei f_n die Fibonaccifolge. Für das Verhältnis ihrer Folgenglieder gilt: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_{n+1}}{f_n} = \Phi$. Hier ist $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ der goldene Schnitt.

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = 2^n$.

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$.

Frage
27

In der Zinseszinsrechnung sind die geometrische Folge und die geometrische Reihe bedeutsam. Für einen reellen Wert $q > 1$ ist die geometrische Folge mit dem positiven, reellen Startwert a_1 definiert als

$$a_n = q^{n-1} a_1.$$

Die geometrische Reihe ist definiert als

$$s_n = \sum_{k=1}^n a_k.$$

Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

Antworten:

Das Verhältnis zweier Folgenglieder ist konstant mit $\frac{a_{k+1}}{a_k} = q$.

Mit steigendem n wachsen Folge und Reihe unbeschränkt.

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

Wenn der Startwert a_1 halbiert wird, dann verdoppeln sich die Werte der Folgen- und der Reihenglieder.

$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$.

Frage
28

Für einen reellen positiven Wert c sei die folgende Reihe gegeben:

$$s(c) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^c}.$$

Welche Eigenschaften besitzt die Reihe?

Antworten:

Für $c > 1$ ist die Reihe beschränkt und konvergent.

Für $c = 1$ ist die Reihe divergent.

Die Reihe ist alternierend.

$s(c=2) = \frac{\pi^2}{6}$.

Die Reihe besitzt keine der übrigen Eigenschaften.

Frage
29

Welche Aussage über die Summation der ersten n natürlichen Zahlen trifft zu?

Antworten:

Die Summation der ersten n natürlichen Zahlen ist nicht eindeutig.

$$\sum_{k=1}^n k > n$$

Keine der übrigen Aussagen trifft zu.

Die Summe der ersten n natürlichen Zahlen ist stets gerade.

$\sum_{k=1}^n k = n \frac{n+1}{2}$.

Frage 30

Auf einem Konto befinde sich ein Kapital von $K_0 = 1,00$ Euro. Diesem Kapital wird jeweils zum Jahresende ein Zins mit dem Satz von $p = 0,4\%$ zugeschlagen. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

Antworten:

Das Kapital K_n nach n Jahren kann aus dem Vorjahreskapital K_{n-1} berechnet werden als $K_n = (1 + p)K_{n-1}$.

Wird nach der Verzinsung jeweils kaufmännisch gerundet, dann befindet sich nach 10 Jahren ein Kapital von 1,00 Euro auf dem Konto.

Wird ohne Rundung verzinst, dann befindet sich nach 2000 Jahren ein Kapital von 2.933,77 Euro auf dem Konto.

Das Kapital K_1 am Ende des ersten Jahres wird berechnet nach der Formel $K_1 = K_0 + 100 \cdot p$

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

Frage 31

Es sei $a_i = k^i$, $i = 0, 1, \dots$ die Folge der Potenzen einer reellen Basis $k > 1$. Nun sei $s_n = \sum_{i=0}^n a_i$ die Reihe über dieser Folge. Welche Aussagen sind richtig?

Antworten:

$s_{n+1} = k s_n - 1$.

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

$s_{n+1} = k s_n + 1$.

$s_{n+1} - s_n = k^{n+1}$

$s_n = \frac{k^{n+1}-1}{n-1}$.

Frage 32

Es sei $\log_b a$ der Logarithmus von a zur Basis b . Welche Aussagen über den Logarithmus Naturalis $\ln x$ einer Variablen x treffen zu?

Antworten:

$\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$.

$\ln x = \int_1^x \frac{1}{t} dt$.

Der Logarithmus Naturalis ist für allgemein reelle Argumente definiert.

Keine der übrigen Aussagen trifft zu.

$\ln x$ ist die Umkehrfunktion zu e^x .

Frage 33

Welche Aussagen über Polynome $p = p(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sind zutreffend? Die Polynome seien vom Grade n .

Antworten:

Die Ableitung $p'(x)$ eines Polynoms $p(x) = a_n x^n + \dots + a_0$ wird berechnet als

$$p'(x) = \sum_{k=1}^n k a_k x^{k-1}.$$

	<input checked="" type="checkbox"/> Ein Polynom besitzt höchstens n Nullstellen.
	<input type="checkbox"/> Ein Polynom besitzt mindestens n Extremstellen.
	<input type="checkbox"/> Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
	<input type="checkbox"/> Besitzt ein Polynom die Nullstellen x_1, x_2, \dots, x_n , dann kann es dargestellt werden als
<input checked="" type="checkbox"/>	$p(x) = \prod_{k=1}^n (x - x_k)$

Frage 34	Gegeben sei die Funktion $f(x)$:
	$f(x) = \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x}$
	Diese Funktion weist offensichtlich eine Definitionslücke auf für $x = 0$. Welche Aussagen treffen zu?
	Antworten:
	<input checked="" type="checkbox"/> $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} 1 - \sqrt{1 - x^2}}{\lim_{x \rightarrow 0} x}$.
	Zur Bestimmung des Funktionswertes der Definitionslücke können die Ableitungen des Zählers und des Nenners verwendet werden. Sie lauten
	Zähler: $\frac{x}{1 - x^2}$,
	Nenner: 1.
	<input type="checkbox"/> Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
	<input checked="" type="checkbox"/> Unter Anwendung der Regel von <i>L'Hospital</i> ist die Definitionslücke hebbar.
	<input type="checkbox"/> Die Definitionslücke lässt sich schließen mit $f(0) = 0$.

Frage 35	Eine Funktion $f = f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei stetig und differenzierbar. Außerdem gilt überall:
	$f'(x) = \frac{df}{dx} = f(x).$
	Welche Aussagen über diese Funktion sind richtig?
	Antworten:
	<input checked="" type="checkbox"/> $f(x) = ce^{[x]}$, $c \in \mathbb{R}$.
	<input type="checkbox"/> Eine solche Funktion existiert nicht.
	<input type="checkbox"/> Die zweite Ableitung $f''(x)$ verschwindet identisch.
	<input type="checkbox"/> Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
	<input checked="" type="checkbox"/> f ist monoton.

Frage 36	Der Logarithmus y einer Zahl x zur Basis b gibt an, mit welchem Wert die Basis potenziert werden muss, um x zu erhalten.
	$y = \log_b x$
	Welche Aussagen über die Rechenregeln für Logarithmen sind richtig? Die Zahlen x, y, b, r und s seien reell.



Antworten:

- $\log_b \frac{1}{s} = -\log_b s.$

- Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

- $\log_b r^s = s \log_b r.$

- $\log_b(r + s) = \log_b \sqrt{r} + \log_b \sqrt{s}.$

- $\log_b(r \cdot s) = \log_b r + \log_b s.$

Frage 37

Die Berechnung von Werten eines Polynoms $p = p(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist eine häufige Aufgabe. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang korrekt, wenn n der Grad des Polynoms ist und $a_i, i = 0 \dots n$ die reellen Koeffizienten sind?

Antworten:

- Zur Berechnung der Polynomwerte kann die Polynomdefinition verwendet werden:
$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$
- Diese Berechnungsmethode ist wegen der anfallenden Potenzen aufwändig.

- Zur Berechnung der Polynomwerte sollte das Horner Schema verwendet werden, in dem die folgende Schreibweise verwendet wird:
- $p(x) = (\dots ((a_n x + a_{n-1}) x + a_{n-1}) x + \dots + a_1) x + a_0$

- Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

- Die Berechnung der Nullstellen des Polynoms ist höchstens bis zum vierten Grad allgemein geschlossen möglich.

- Da ein Polynom Nullstellen haben kann, können bei der Berechnung der Ableitung des Polynoms Definitionslücken auftreten.

Frage 38

Gegeben sei die Funktion $f = f(x)$:

$$f(x) = \frac{1}{x^2} + x.$$

Welche der folgenden Eigenschaften besitzt sie?

Antworten:

- f besitzt ein lokales Minimum für $x = \sqrt[3]{2}.$

- f besitzt eine Nullstelle für $x = -1.$

- $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2.$

- Im Unendlichen wird f durch die Funktion $g(x) = x$ approximiert.

- f besitzt keine der übrigen Eigenschaften.

Frage 39

Für die Untersuchung von Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ kann eine Kurvendiskussion vorgenommen werden. Welche Aussagen treffen in diesem Zusammenhang zu?

Antworten:

	Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
	Die Kurvendiskussion dient der Erörterung ästhetischer Aspekte eines Kurvenverlaufs.
X	Bei der Kurvendiskussion werden Definitions- und Wertemenge bestimmt.
X	Die Kurvendiskussion liefert Auskunft über Existenz und Lage von Nullstellen, Extremstellen, Wendestellen und Unstetigkeitsstellen.
X	Bei der Kurvendiskussion werden etwaige Asymptoten bestimmt.
Frage 40	<p>Reellwertige Funktionen besitzen Eigenschaften, die im Zuge der Kurvendiskussion bestimmt werden. Welche der folgenden Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?</p> <p>Antworten:</p> <p>X Die Funktion $s(x) = \sin x$ ist achsensymmetrisch.</p> <p>Die Definitionsmenge der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ ist die Menge der reellen Zahlen.</p> <p>Keine der übrigen Aussagen ist richtig.</p> <p>Die Funktion $g(x) = \ln x$ besitzt die Nullstelle $x_0 = 1$.</p> <p>Die Funktion $p(x) = x^{17}$ besitzt einen Extremwert.</p>
Frage 41	<p>Für Funktionen $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gelten Rechenregeln zur Bestimmung der Ableitungen zusammengesetzter Ausdrücke. Welche Regeln sind gültig?</p> <p>Antworten:</p> <p>X $(f + g)' = f' + g'$</p> <p>$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'}{g'}$</p> <p>X $\frac{d}{dx} f(g(x)) = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{dx}$</p> <p>Keine der übrigen Regeln ist gültig.</p> <p>X $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$</p>
Frage 42	<p>Welche Aussagen über die Ableitung von Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sind zutreffend?</p> <p>Antworten:</p> <p>X Die Ableitung einer Funktion an einer Stelle kann graphisch als die Steigung der Tangente an dieser Stelle gedeutet werden.</p> <p>Die Ableitung f' einer Funktion $f = f(x)$ kann bestimmt werden über den Grenzwert</p> <p>X $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$</p> <p>Keine der übrigen Aussagen trifft zu.</p> <p>Die Ableitung einer Funktion entspricht der Differenz von Funktionswert und Argument.</p> <p>X Zur eindeutigen Bestimmung der Ableitung einer Funktion muss diese notwendig stetig sein.</p>

Frage
43

Reellwertige Funktionen können unter bestimmten Voraussetzungen differenziert werden. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

Antworten:

Keine Funktion kann identisch ihrer vierten Ableitung sein.

Die Funktion $f(x) = e^x$ ist identisch ihrer Ableitung.

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

Für $g(x) = 7x^5 + 3x^4 - 18x^3 + 9x^2 + 2x - 39$ verschwinden alle Ableitungen ab der fünften identisch.

Die Ableitung eines Polynoms ist stets wieder ein Polynom.

Frage
44

Gegeben seien eine Funktion $f = f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sowie ihre Stammfunktion $F(x)$. Beide Funktionen seien stetig, differenzierbar und integrierbar. Es sei c eine reellwertige Konstante. Welche Aussagen treffen stets zu?

Antworten:

$\int f(x) dx = F(x) + c$

$F'(x) = f(x)$

$F(x) = \frac{1}{f(x)}$.

Integration ist die Umkehrung der Differentiation.

Keine der übrigen Aussagen trifft zu.

Frage
45

Reellwertige Funktionen lassen sich in der Regel integrieren. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

Antworten:

Eine Funktion muss stetig sein, damit sie integriert werden kann.

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

Eine Funktion kann gleich ihrem Integral sein.

Eine Funktion muss differenzierbar sein, um integriert werden zu können.

Das Integral einer Funktion ist stets größer als diese Funktion.

Frage
46

Zur statistischen Beschreibung von Daten einer Stichprobe vom Umfang n können diese einer Häufigkeitsauswertung unterzogen werden. Es werde angenommen, dass die Daten sortierbar seien. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

Antworten:

Die Summe der relativen Häufigkeiten aller Werte der Stichprobe ist stets Eins.

Die relative Häufigkeit eines Wertes ist dessen absolute Häufigkeit bezogen auf den Stichprobenumfang.

Sind die Werte der Stichprobe untereinander jeweils verschieden, dann bietet es sich an, die Werte in Klassen geeigneter Intervallbreite zu verteilen und dann die Häufigkeiten der Klassen zu betrachten.

- X Die absolute Häufigkeit eines Wertes gibt an, wie oft dieser Wert in der Stichprobe erscheint.
-
- Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

Frage
47

Gegeben seien Messwerte einer Größe:
17,2; 19,3; 18,7; 17,8; 19,1; 18,8; 18,6.
Welche der folgenden Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

Antworten:

- X Der Mittelwert der Messgröße beträgt 18,5.
-
- X Der Median der Messgröße beträgt 18,7.
-
- Der Mittelwert der Messgröße beträgt 18,7.
-
- Der Median der Messgröße beträgt 17,8.
-
- Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

Frage
48

Die Standardabweichung ist ein wichtiges Streuungsmaß für unabhängig ermittelte Messwerte x_i , $i = 1 \dots n$, die der gleichen Verteilung unterliegen. Die Schätzung S der Standardabweichung wird bestimmt mit

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Hier ist \bar{x} der Mittelwert der Messwerte.
Welche Aussagen über ihre Berechnung sind richtig?

Antworten:

$$S = \sqrt{\frac{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i)^2 - \sum_{i=1}^n x_i^2}{1-n}},$$

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

- X S kann erst berechnet werden, nachdem zuvor der Mittelwert \bar{x} berechnet wurde.

Für ungünstig verteilte Messwerte x_i kann der Ausdruck $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ unter der Wurzel negativ werden. S ist dann nicht definiert.

S ist erst für wenigstens $n = 2$ Messwerte definiert.

Frage
49

Zur Schätzung der Stichprobenvarianz s^2 von n Werten x_i , $i = 1 \dots n$, wird die folgende Beziehung verwendet:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Gegeben seien die folgenden Stichproben eines Warenpreises p :

Nr.	Preis/Euro
1	36,80
2	37,40
3	37,10
4	36,50
5	37,20
6	37,00
7	37,10

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

Antworten:

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

X $s^2(p) = 0,084762 \text{ Euro}^2$.

$s^2(p) = 0,084762 \text{ Euro}$.

s^2 muss um den Faktor $\frac{n-1}{n}$ korrigiert werden.

X s^2 ist eine erwartungstreue Schätzfunktion

Frage
50

Oft besteht zwischen verschiedenen Größen x und y ein linearer Zusammenhang $y = ax + b$. Liegen hinreichend viele (n) beobachtete Werte (x_k, y_k) , $k = 1 \dots n$ vor, dann können die Parameter a und b mittels linearer Regression bestimmt werden:

$$b = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

Der Korrelationskoeffizient r ist definiert als:

$$r = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 \cdot \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2}}$$

Es erweist sich für die Auswertung als vorteilhaft, die folgenden Summen zu berechnen:

$$S_x = \sum_{k=1}^n x_k \qquad S_{xy} = \sum_{k=1}^n x_k y_k$$

$$S_y = \sum_{k=1}^n y_k \qquad S_{xx} = \sum_{k=1}^n x_k^2$$

$$S_{yy} = \sum_{k=1}^n y_k^2$$

Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang zutreffend?

Antworten:

X Der Korrelationskoeffizient r liegt zwischen -1 und $+1$. Werte um Null sind zu deuten als geringe bis verschwindende Korrelation.

Der Regressionskoeffizient b lässt sich berechnen als

$$b = \frac{n S_{xy} - S_x S_y}{n S_{xx} - S_x^2}.$$

X Die lineare Regression nach dem hier dargestellten Verfahren beruht auf der Methode der kleinsten Quadrate.

Keine der übrigen Aussagen ist zutreffend.

Der Korrelationskoeffizient r lässt sich einfacher berechnen als

$$r = \frac{n S_{xy} - S_x S_y}{\sqrt{(n S_{xx} - S_x^2) \cdot (n S_{yy} - S_y^2)}}.$$

Frage 51

Der Korrelationskoeffizient r zweier paarweise ermittelter Größen x und y ist mit n Stichproben definiert als:

$$r(x, y) = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 \cdot \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2}}$$

Von einer Ware werden stichprobenweise Preise p in Abhängigkeit von der Gebindegröße m erhoben:

i	m/kg	p/Euro
1	1	1,06
2	2	2,01
3	5	4,54
4	8	5,88
5	12	7,87
6	20	7,47

Der spezifische Preis s sei

$$s = \frac{p}{m}$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

Antworten:

- Der Korrelationskoeffizient für Preis und Gebindegröße beträgt Null.
- Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- Für die gegebenen Daten wird mindestens eine der Summen, aus denen die Wurzel gezogen werden muss, negativ; daher kann kein Korrelationskoeffizient bestimmt werden.
- Der Preis korreliert mit der Gebindegröße; der Korrelationskoeffizient beträgt 0,8781.
- X Der spezifische Preis ist negativ mit der Gebindegröße korreliert; der Korrelationskoeffizient beträgt -0,99424.

Frage 52

Für natürliche Zahlen n und k ist der Binomialkoeffizient definiert als

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Welche Aussagen über Binomialkoeffizienten natürlicher Zahlen n und k sind richtig?

Antworten:

X $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

X Die Werte der Binomialkoeffizienten lassen sich aus dem *Pascalschen Dreieck* berechnen.

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

Zur Berechnung der Binomialkoeffizienten werden die binomischen Formeln benötigt.

X $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

Frage
53

Es werde angenommen, dass ein Jahr 365 Tage habe und dass die Geburtstage einer ausgewählten Gruppe von Personen gleichmäßig über das Jahr verteilt seien. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

Antworten:

X Bei mindestens 23 zufällig ausgewählten Personen ist es eher wahrscheinlich als unwahrscheinlich, dass mindestens zwei von ihnen am gleichen Tag Geburtstag haben.

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

X Bei mindestens 253 zufällig ausgewählten Personen ist es eher wahrscheinlich als unwahrscheinlich, dass mindestens zwei von ihnen an einem bestimmten Tag Geburtstag haben.

Bei mindestens 13 zufällig ausgewählten Personen ist es eher wahrscheinlich als unwahrscheinlich, dass mindestens drei von ihnen am gleichen Tag Geburtstag haben.

X Die Wahrscheinlichkeit, dass unter n Personen mindestens eine an einem gewählten Tag Geburtstag hat, ist mit der Binomialverteilung zu bestimmen als

$$p = 1 - \binom{n}{0} \left(\frac{364}{365}\right)^n.$$

Frage
54

Seit der *Krake Paul* für die Fußballweltmeisterschaft im Jahre 2010 im Sinne der Angabe des Spielgewinners alle sieben Spielergebnisse der deutschen Mannschaft sowie des Endspiels korrekt vorhergesagt hat, sind Tierorakel bei sportlichen Meisterschaften sehr populär geworden. Welche Aussagen über ihre Vorhersagen sind richtig, wenn angenommen wird, dass ein Spiel stets einen Gewinner hat, ein Unentschieden als Spielergebnis also ausscheidet?

Antworten:

X Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Orakel bei acht Spielen den Gewinner zufällig korrekt vorhersagt, beträgt $p = 1/2^8 \approx 0,39\%$.

X Werden 300 Orakeltiere befragt, dann ist es eher wahrscheinlich als unwahrscheinlich, dass eines von ihnen bei acht Spielen jeweils den Gewinner richtig prophezeit.

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

Auf der Welt leben eigentlich nicht genügend Kraken, als dass mindestens einer von ihnen den Gewinner einer Folge von acht Spielen vorhersagen könnte.

Es ist zu erwarten, dass die Wahrscheinlichkeit einer korrekten Vorhersage durch ein Tierorakel mit seiner Neigung zum Sporttreiben steigt.

Frage
55

Die Normalverteilung ist eine stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}.$$

Hier ist μ der Erwartungswert und σ^2 die Varianz als Quadrat der Standardabweichung. Welche Aussagen über die Normalverteilung sind richtig?

Antworten:

- Die Wendestellen der Wahrscheinlichkeitsdichte f liegen bei $x = \mu \pm \sigma$.

 - Die Wahrscheinlichkeitsdichte f ist symmetrisch zu $x = \mu$. Außerdem besitzt sie dort ihr einziges Maximum.

 - Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

 - Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Wert einer normalverteilten Größe innerhalb der doppelten Standardabweichung um den Mittelwert liegt, ist größer als 99%.

 - Die Verteilungsfunktion $F(x)$ kann mit der Fehlerfunktion (x) berechnet werden zu:
- $$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{x - \mu}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right).$$

Frage
56

In der Statistik sind verschiedene Hypothesentests gebräuchlich. Welche gehören dazu?

Antworten:

- Turing-Test.

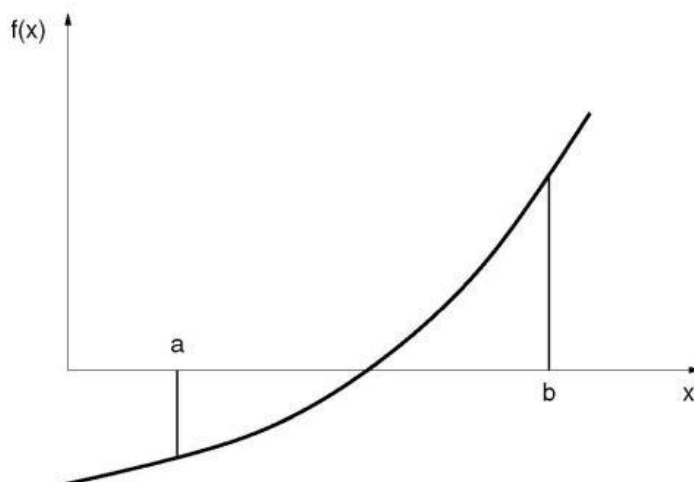
- χ^2 -Test.

- Fehlings Test.

- Students t -Test.

- Keiner der übrigen Tests gehört zu den Hypothesentests.

Frage
57



Gegeben sei eine stetige reellwertige Funktion $f = f(x)$, $x \in \mathbb{R}$. Zwischen den Stützstellen a und b weise die Funktion einen Vorzeichenwechsel auf. Dann kann zwischen den Stützstellen mit dem Bisektionsverfahren eine Nullstelle gefunden werden. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

Antworten:

Sind $f(a)$ und $f(b)$ vorzeichenleich, dann liegen zwischen a und b mindestens zwei Nullstellen.

Das Bisektionsverfahren setzt die Gültigkeit des Zwischenwertsatzes voraus.

Beim Bisektionsverfahren wird an der Stelle $c = \frac{a+b}{2}$ der Funktionswert $f(c)$ bestimmt; sind $f(a)$ und $f(c)$ vorzeichenverschieden, dann liegt zwischen ihnen eine Nullstelle, so dass das Verfahren mit c anstelle von b fortgesetzt werden kann.

Das Bisektionsverfahren konvergiert ungefähr linear.

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

**Frage
58**

Gegeben sei ein lineares Gleichungssystem mit der Koeffizientenmatrix \mathbf{A} , der rechten Seite \mathbf{b} und den Unbekannten in \mathbf{x} :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}.$$

Die Lösung linearer Gleichungssysteme erfolgt in der Praxis häufig durch das Gaußsche Eliminationsverfahren. Welche Aussagen über dieses Verfahren sind korrekt?

Antworten:

Pivotisieren sollte vermieden werden.

Die Determinante der Matrix \mathbf{A} lässt sich einfach aus dem Produkt der Diagonalelemente der entstehenden Dreiecksmatrix berechnen.

Das Verfahren ist effizienter als die Lösung über die Inverse von \mathbf{A} mit $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$.

Das Verfahren erfolgt in den Schritten:

Antwort 1: Vorwärtselimination,

Antwort 2: Rückwärtseinsetzen.

Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.

**Frage
59**

Gegeben seien die Matrizen \mathbf{A} und \mathbf{B} der Dimension $n \times n$ sowie die Vektoren \mathbf{x} und \mathbf{y} der Dimension n , $n \in \mathbb{N}$. Bei der Arithmetik mit Matrizen und Vektoren resultiert ein Rechenaufwand aus der Tatsache, dass koeffizientenweise gerechnet wird. Welche Aussagen über den Rechenaufwand sind richtig?

Antworten:

Die Bildung der Summe $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ erfordert etwa n^2 Einzeladditionen.

Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

Der Aufwand zur Bildung des Skalarproduktes $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ ist unabhängig von der Dimension n .

Die Bildung des Produktes $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ erfordert ungefähr n^3 Einzelmultiplikationen.

Die Berechnung von $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$ erfordert stets 2^n Einzelmultiplikationen.

**Frage
60**

Gegeben sei ein Polynom $p = p(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vom Grad n mit reellwertigen Koeffizienten:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0. \quad (1)$$

Das Polynom kann in modifizierter Form notiert werden als

$$p(x) = (((a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2})x + a_{n-3})x \dots + a_1)x + a_0. \quad (2)$$

Welche Aussagen bezüglich der numerischen Verarbeitung dieses Polynoms treffen zu?

Antworten:

Die numerische Berechnung des Polynomwertes an der Stelle x sollte unter Verwendung der Formel 2 erfolgen, weil sie die Auswertung rechenaufwendiger Potenzen vermeidet.

Der Aufwand zur numerischen Auswertung des Polynoms ist bei beiden Formeln gleich.

Potenzen können numerisch sehr effizient berechnet werden. Deshalb ist der numerische Aufwand bei Formel 1 nur unwesentlich höher als bei Formel 2.

Die Anzahl der Multiplikationen und der Additionen ist bei beiden Formeln gleich, solange die Potenzauswertungen nicht mitgezählt werden.

Keine der übrigen Aussagen trifft zu.