Frage 1 von 60:
Welche Aussagen über natürliche Zahlen treffen zu?

- [x] Jede natürliche Zahl n hat einen Nachfolger.
- [ ] Zwei natürliche Zahlen k und m, die den gleichen Nachfolger n besitzen, sind verschieden.
- [x] Die Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen besitzt ein kleinstes Element.
- [ ] Jede natürliche Zahl n hat einen Vorgänger.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.

Frage 2 von 60:
Welche Aussagen über Primzahlen sind richtig?

- [ ] Es lässt sich beweisen, dass jede gerade Zahl, die größer ist als drei, durch die Summe zweier Primzahlen ausgedrückt werden kann.
- [x] Für jede natürliche Zahl existiert eine eindeutige Primfaktorzerlegung.
- [x] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] Es existiert nur eine gerade Primzahl.
- [ ] Eins ist die kleinste Primzahl.

Frage 3 von 60:

Welche Aussagen über rationale Zahlen sind korrekt?

- [x] Zwischen zwei rationalen Zahlen a und b liegt stets mindestens eine weitere rationale Zahl.
- [x] Eine rationale Zahl z ist das Verhältnis zweier ganzer Zahlen m und n. Dies entspricht dem Quotienten $\frac{m}{n}$. Dabei muss n von Null verschieden sein.
- [ ] Die Kreiszahl π ist eine rationale Zahl.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.
- [ ] Die Mächtigkeit der Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen ist größer als die Mächtigkeit der Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen.

Frage 4 von 60:

Ein Bruch kann im Dezimalsystem unter Verwendung von Nachkommastellen angegeben werden. Dabei können Ziffernfolgen auftreten, die sich endlos wiederholen. Diese werden als Perioden bezeichnet. So gilt etwa

$$\frac{1}{7} = 0{,}\overline{142857}.$$

Welche Aussagen über periodische Brüche sind richtig?

- [ ] Die Periode beginnt grundsätzlich unmittelbar hinter dem Dezimaltrenner (Komma).
- [x] Irrationale Zahlen lassen sich durch periodische Brüche darstellen.
- [x] $0{,}\overline{9} = 1$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Ein im Dezimalsystem nichtperiodischer Bruch kann in einem anderen Zahlsystem (zum Beispiel im Binärsystem) eine periodische Darstellung besitzen.

Frage 5 von 60:

Im Dezimalsystem, das als Basis die Zehn verwendet, werden Zahlen nach einem Stellenwertsystem von Einern, Zehnern, Hundertern, Tausendern und so weiter aufgebaut. So kann die Zahl 7483 verstanden werden als

$$\begin{array}{r} 7 \cdot 1000 \\ +4 \cdot \ \ 100 \\ +8 \cdot \quad 10 \\ +3 \cdot \quad\ \ 1 \\ \hline 7483 \\ \hline\hline \end{array}$$

Allgemein kann in einem Stellenwertsystem zur Basis B eine Zahl Z aus ihren n Ziffern $z_i, i = 0 \dots n$ konstruiert werden mit

$$Z = \sum_{i=0}^{n} z_i B^i$$

Welche Aussagen über Stellenwertsysteme sind richtig?

- [ ] Der Wert der Basis gibt die Anzahl der erforderlichen Ziffersymbole an.
- [x] Eine Zahl wechselt bei Übergang von einem in ein anders Stellenwertsystem ihre Darstellung, nicht aber ihren Wert.
- [ ] Die Zahl 12 als Basis für ein Stellenwertsystem ist vorteilhaft, weil sie erheblich mehr Teiler besitzt als die fast gleichgroße Zahl 10. Die Bedeutung des Duodezimalsystems ist aus dem Vorkommen entsprechender Zahlwörter (Dutzend, Schock, Gros und Zwölf - nicht etwa Zwei-Zehn) ersichtlich

zurück | 5. | vor

Frage 6 von 60:

Eine quantitative Größe g wird gegeben als Zahl z und Einheit u. Welche der folgenden Aussagen sind in diesem Zusammenhang korrekt?

- [x] Die Größe ist das Produkt aus Zahl und Einheit: $g = z \cdot u$.
- [ ] Die Größe ist die Summe von Zahl und Einheit: $g = z + u$.
- [x] Größen verschiedener Einheiten können multipliziert werden.
- [ ] Größen verschiedener Einheiten können addiert werden.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.

zurück | 6. | vor

Frage 7 von 60:
Welche Aussagen über Operationen mit natürlichen Zahlen treffen zu?

- [ ] Die Differenz zweier natürlicher Zahlen ist stets wieder eine natürliche Zahl.
- [x] Die Summe zweier natürlicher Zahlen ist wieder eine natürliche Zahl.
- [ ] Der Quotient zweier natürlicher Zahlen ist niemals eine natürliche Zahl.
- [x] Das Produkt zweier natürlicher Zahlen ist wieder eine natürliche Zahl.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.

zurück | 7. | vor

Frage 8 von 60:
Auf der Rechnung eines Stromversorgers finden sich zur Bestimmung des Rechnungsbetrages folgende Angaben:

- Energielieferung: 5.348 kWh,
- Tarif: 0,217 Euro/kWh.

Welche der folgenden Aussagen sind in diesem Zusammenhang korrekt?

- [ ] Im Abrechnungszeitraum sind maximal 5348 kW je Stunde verbraucht worden.
- [x] Der Energiebezug ist so hoch, wie wenn man 2674 Stunden lang 20 Glühlampen mit je 100 Watt betrieben hätte.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.
- [x] Der Rechnungsbetrag wird 1160,52 Euro betragen.
- [ ] Der Rechnungsbetrag ist aus den angegebenen Größen nicht zu bestimmen.

zurück | 8. | vor

Frage 9 von 60:

Der Mehrwertsteuersatz auf ein Produkt betrage $p = 19\%$. Man erwirbt Ware dieses Produktes zum Bruttopreis b von 100 Euro. Welche Aussagen über die Mehrwertsteuer m sind richtig?

- [ ] $m = 19$ Euro.
- [ ] Der Nettopreis der Ware ist $n = b - p/100$.
- [x] Der Nettopreis der Ware ist $n = \frac{b}{1+p}$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] $m = 15,97$ Euro

zurück | 9. | vor

Frage 10 von 60:

Jemand erwirbt zwei Produkte A und B. Der Gesamtpreis beträgt $P_g = 110$ Währungseinheiten. Der Preisunterschied beträgt $P_d = 100$ Währungseinheiten. Das Produkt A hat einen höheren Preis als B. Welche Aussagen sind richtig?

- [ ] B kostet 10 Währungseinheiten.
- [ ] A kostet 100 Währungseinheiten.
- [ ] Eine solche Preiskonstellation ist unmöglich.
- [ ] A kostet 105 Währungseinheiten.
- [x] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

zurück | 10. | vor

Frage 11 von 60:
Welche der folgenden Aussagen zur Bildung von Mengen sind korrekt?

- [ ] Die Elemente einer Menge können durch Aufzählung festgelegt werden.
- [ ] Werden die Elemente einer Menge durch Auflistung festgelegt, dann ist deren Reihenfolge bedeutsam.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.
- [x] Die Elemente einer Menge können von unterschiedlicher Art sein.
- [x] Die Elemente einer Menge können durch Beschreibung festgelegt werden.

zurück | 11. | vor

Frage 12 von 60:
Welche der folgenden Aussagen über verknüpfende Mengenoperationen zweier Mengen $\mathbb{U} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ und $\mathbb{P} = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ sind richtig?

- [x] Die Schnittmenge $\mathbb{S} = \mathbb{U} \cap \mathbb{P} = \{3, 5, 7, 11\}$ ist nie mächtiger als eine der gegebenen Mengen.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Die Restmenge $\mathbb{C} = \mathbb{U} \setminus \mathbb{P} = \{1, 9\}$.
- [x] Für die Schnittmenge $\mathbb{S}$ gilt: $\mathbb{S} = (\mathbb{U} \cap \mathbb{P}) \setminus ((\mathbb{U} \setminus \mathbb{P}) \cap (\mathbb{P} \setminus \mathbb{U}))$.
- [x] Die Vereinigungsmenge ist $\mathbb{V} = \mathbb{U} \cup \mathbb{P} = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11\}$.

zurück | 12. | vor

Frage 13 von 60:

Welche Aussagen über Eigenschaften von Mengen treffen zu?

- [x] Zwei Mengen sind gleich, wenn sie die gleichen Elemente enthalten.
- [ ] Eine Menge muss mindestens ein Element enthalten.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [x] Jede Menge enthält die leere Menge.
- [ ] Eine Menge kann sich nicht selbst als Element enthalten.

zurück | 13. | vor

Frage 14 von 60:

Welche Aussagen über Eigenschaften von Elementen in Mengen sind richtig?

- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] Ein Element einer Menge ist auch Element aller Teilmengen dieser Menge.
- [ ] Eine Menge kann kein Element einer Menge sein.
- [x] Es muss möglich sein, zu entscheiden, ob eine Element in einer Menge enthalten ist oder nicht.
- [ ] Ein Element darf mehrfach in einer Menge enthalten sein.

zurück | 14. | vor

Frage 15 von 60:

Relationen sind Beziehungen zwischen Objekten. Diese können jeweils Elemente bestimmter Mengen sein. Welche Aussagen über Eigenschaften von Relationen sind richtig?

- [x] Eine Relation ist eine Menge von Tupeln.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Zu jeder Relation existiert eine Umkehrrelation.
- [x] Funktionen sind Relationen.
- [ ] Relationen sind immer auch Funktionen.

zurück | 15. | vor

Frage 16 von 60:
Negation, Konjunktion und Disjunktion sind Grundoperationen der Aussagenlogik. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- [ ] $\neg(A \vee B) = \neg A \vee \neg B$
- [ ] $\neg(A \wedge B) = \neg A \wedge \neg B$
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.
- [x] $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
- [x] $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

zurück | 16. | vor

Frage 17 von 60:
Es gelte für die Aussagen A und B die Implikation $A \to B$, die besagt, dass B wahr ist, wenn A wahr ist. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [x] B ist notwendige Bedingung für A.
- [ ] A ist notwendige Bedingung für B.
- [ ] B ist hinreichende Bedingung für A.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] A ist hinreichende Bedingung für B.

zurück | 17. | vor

Frage 18 von 60:

In der Prädikatenlogik werden der Existenzquantor $\exists$ und der Allquantor $\forall$ verwendet. Welche der folgenden Aussagen verwenden die Quantoren in dem Sinne korrekt, dass die jeweilige Aussage wahr ist?

- [x] $\exists x(x \in \mathbb{R} \wedge \frac{1}{x} = x)$
- [ ] $\forall n(n, m \in \mathbb{N} \wedge n - m \in \mathbb{N})$
- [x] $\exists n(n \in \mathbb{N} \wedge 42\, n = 42)$
- [ ] In keiner der übrigen Aussagen werden die Quantoren korrekt verwendet.
- [x] $\forall x(x \in \mathbb{R} \wedge \frac{x}{2} \in \mathbb{R})$

zurück | 18. | vor

Frage 19 von 60:

Innerhalb der Prädikatenlogik spielt die Quantorenlogik eine besondere Rolle. Definiert sind dort der Existenzquantor $\exists$ und der Allquantor $\forall$.

Es sei eine zweistellige Relation $K(x, y)$ gegeben. Darin bezeichnen x und y Mitglieder aus einer endlichen Menge $\mathbb{M}$ von Personen. Die Relation habe die Semantik *kennen* in dem Sinne, dass die Person x eine Person y kennt.

Unter Verwendung der Allquantoren lassen sich Aussagen bilden. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- [x] $\forall x \exists y K(x, y)$ bedeutet, dass alle Personen aus $\mathbb{M}$ zumindest eine Person kennen.
- [ ] $\exists x \exists y K(x, y)$ bedeutet, dass niemand alle Personen aus $\mathbb{M}$ kennt.
- [x] $\exists x \forall y K(x, y)$ bedeutet, dass zumindest eine Person alle übrigen Personen aus $\mathbb{M}$ kennt.
- [x] $\forall x \forall y K(x, y)$ bedeutet, dass in $\mathbb{M}$ jeder jeden kennt.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

zurück | 19. | vor

Frage 20 von 60:

Unter den Beweisverfahren spielt der direkte Beweis eine große Rolle. Welche der folgenden Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [x] Die Aussage, dass das Quadrat einer ungeraden Zahl $n = 2k+1, k \in \mathbb{N}$ wiederum ungerade ist, kann mit den binomischen Formeln direkt bewiesen werden:

$$\begin{aligned} n^2 &= (2k+1)^2 \\ &= 4k^2 + 4k + 1 \end{aligned}$$

Vielfache von 4 sind stets gerade. Nachfolger von geraden Zahlen sind stets ungerade.

- [ ] Die Aussage, dass die Potenzoperation $f = x^y$ für reelle Argumente kommutativ sei, kann direkt bewiesen werden:

$$\begin{aligned} x = 2,\ y = 2 &\Rightarrow 2^2 = 2^2 \\ x = 2,\ y = 4 &\Rightarrow 2^4 = 4^2 \end{aligned}$$

Es gilt also allgemein, dass Basis und Exponent vertauscht werden können.

- [ ] Durch direkten Beweis kann man zeigen, dass stets Punkt- vor Strichrechnung gilt.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Die Aussage, dass der Logarithmus (zur Basis b) eines Produktes zweier positiv reeller Zahlen x und y gleich der Summe der Logarithmen sei, kann mit $x = b^u,\ y = b^v$ direkt bewiesen werden:

$$\begin{aligned} x \cdot y &= b^u \cdot b^v = b^{u+v} \\ \log_b x \cdot y &= \log_b b^{u+v} = u + v \\ &= \log_b x + \log_b y \end{aligned}$$

zurück | 20. | vor

Frage 21 von 60:

Welche Aussagen über Vektoroperationen treffen zu? Es kann angenommen werden, dass Vektoren $\vec{a}$ in n-dimensionalen kartesischen Koordinaten dargestellt sind: $\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$.

- [x] Das Skalarprodukt zweier Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ wird berechnet als

$$\vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{b} = \sum_{i=1}^{n} a_i\, b_i.$$

- [x] Vektoren werden addiert, indem ihre korrespondierenden Komponenten addiert werden.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [ ] Die Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar liefert einen Vektor, dessen Richtung gegenüber der ursprünglichen Vektor verändert ist.
- [ ] Das Kreuzprodukt $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ ist kommutativ.

zurück | 21. | vor

Frage 22 von 60:

Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Unter welchen notwendigen Bedingungen ist das Gleichungssystem lösbar?

- [x] Es muss quadratisch sein.
- [ ] Die Determinante der Koeffizientenmatrix muss Null sein.
- [x] Sein Rang muss seiner Dimension entsprechen.
- [ ] Die Koeffizienten b_i der rechten Seite müssen reell sein.
- [ ] Das Gleichungssystem ist unter keiner der übrigen Bedingungen lösbar.

Frage 23 von 60:

Gegeben seien

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \\ 2 & -3 & 7 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Welche Rechenergebnisse sind korrekt?

- [x] $$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{32} \begin{pmatrix} -25 & -48 & 14 \\ -12 & -32 & 8 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$
- [ ] $$\det \mathbf{A} = 42$$
- [ ] Keines der übrigen Rechenergebnisse ist korrekt.
- [ ] $$\mathbf{B}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{B} = 123$$
- [x] $$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 11 \\ 56 \end{pmatrix}$$

Frage 24 von 60:

In der linearen Algebra werden quadratische Matrizen verwendet. Welche Aussagen über ihre Eigenschaften sind korrekt? $\mathbf{A}$ sei eine quadratische Matrix.

- [x] Die Determinante einer quadratischen Matrix verschwindet zu Null, wenn ihr Rang kleiner als ihre Dimension ist.
- [x] Die Inverse orthogonalen Matrix ist gleich ihrer Transponierten: $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}$.
- [x] $\det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}^{\mathrm{T}}$
- [x] Sind Zeilen oder Spalten einer quadratischen Matrix linear voneinander abhängig, dann wird ihr Rang kleiner als ihre Dimension.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.

Frage 25 von 60:

Für eine quadratische Matrix $\mathbf{A}$ der Dimension $n \times n$ ist die Determinante $\det \mathbf{A}$ definiert. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [x] $\det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}^{\mathrm{T}}$.
- [x] $\det c \cdot \mathbf{A} = c^n \det \mathbf{A}, \quad c \in \mathbb{R}$.
- [x] Bildet man aus $\mathbf{A}$ durch Vertauschen von zwei Zeilen oder Spalten die Matrix $\mathbf{B}$, dann unterscheiden sich die Determinanten von $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ höchstens im Vorzeichen.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] $\det \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det \mathbf{A}}$. Die Matrix $\mathbf{A}$ ist also invertierbar, solange ihre Determinante von Null verschieden ist.

zurück | 25. | vor

Frage 26 von 60:

Viele Folgen streben Grenzwerten zu. Welche Aussagen sind richtig?

- [x] $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2} = 0$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] $\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$.
- [ ] $\lim_{n\to\infty} n^2 = 2^n$.
- [x] Sei f_n die Fibonaccifolge. Für das Verhältnis ihrer Folgenglieder gilt: $\lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}}{f_n} = \Phi$. Hier ist $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ der goldene Schnitt.

zurück | 26. | vor

Frage 27 von 60:

In der Zinseszinsrechnung sind die geometrische Folge und die geometrische Reihe bedeutsam. Für einen reellen Wert $q > 1$ ist die geometrische Folge mit dem positiven, reellen Startwert a_1 definiert als

$$a_n = q^{n-1} a_1.$$

Die geometrische Reihe ist definiert als

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k.$$

Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [ ] Wenn der Startwert a_1 halbiert wird, dann verdoppeln sich die Werte der Folgen- und der Reihenglieder.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$.
- [x] Das Verhältnis zweier Folgenglieder ist konstant mit $\frac{a_{k+1}}{a_k} = q$.
- [x] Mit steigendem n wachsen Folge und Reihe unbeschränkt.

zurück | 27. | vor

Frage 28 von 60:

Für einen reellen positiven Wert c sei die folgende Reihe gegeben:

$$s(c) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^c}.$$

Welche Eigenschaften besitzt die Reihe?

- [x] $s(c = 2) = \frac{\pi^2}{6}$.
- [x] Für $c = 1$ ist die Reihe divergent.
- [ ] Die Reihe ist alternierend.
- [x] Für $c > 1$ ist die Reihe beschränkt und konvergent.
- [ ] Die Reihe besitzt keine der übrigen Eigenschaften.

Frage 29 von 60:

Welche Aussage über die Summation der ersten n natürlichen Zahlen trifft zu?

- [x] $\sum_{k=1}^{n} k = n\,\frac{n+1}{2}$.
- [ ] $\sum_{k=1}^{n} k > n$
- [ ] Die Summe der ersten n natürlichen Zahlen ist stets gerade.
- [ ] Die Summation der ersten n natürlichen Zahlen ist nicht eindeutig.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.

Frage 30 von 60:

Auf einem Konto befinde sich ein Kapital von $K_0 = 1,00$ Euro. Diesem Kapital wird jeweils zum Jahresende ein Zins mit dem Satz von $p = 0,4\%$ zugeschlagen. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [ ] Wird ohne Rundung verzinst, dann befindet sich nach 2000 Jahren ein Kapital von 2.933,77 Euro auf dem Konto.
- [ ] Das Kapital K_n nach n Jahren kann aus dem Vorjahreskapital K_{n-1} berechnet werden als $K_n = (1+p)K_n$.
- [x] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] Wird nach der Verzinsung jeweils kaufmännisch gerundet, dann befindet sich nach 10 Jahren ein Kapital von 1,00 Euro auf dem Konto.
- [ ] Das Kapital K_1 am Ende des ersten Jahres wird berechnet nach der Formel $K_1 = K_0 + 100 \cdot p$

Frage 31 von 60:

Es sei $a_i = k^i,\ i = 0, 1, \ldots$ die Folge der Potenzen einer reellen Basis $k > 1$. Nun sei $s_n = \sum_{i=0}^{n} a_i$ die Reihe über dieser Folge. Welche Aussagen sind richtig?

- [ ] $s_n = \frac{k^{n+1}-1}{n-1}$.
- [ ] $s_{n+1} = k\, s_n + 1$.
- [x] $s_{n+1} - s_n = k^{n+1}$
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] $s_{n+1} = k\, s_n - 1$.

zurück | 31. | vor

Frage 32 von 60:

Es sei $\log_b a$ der Logarithmus von a zur Basis b.
Welche Aussagen über den Logarithmus Naturalis $\ln x$ einer Variablen x treffen zu?

- [ ] Der Logarithmus Naturalis ist für allgemein reelle Argumente definiert.
- [x] $\log_b a = \dfrac{\ln a}{\ln b}$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [x] $\ln x = \displaystyle\int_1^x \frac{1}{t}\mathrm{d}t,$.
- [x] $\ln x$ ist die Umkehrfunktion zu e^x.

zurück | 32. | vor

Frage 33 von 60:

Welche Aussagen über Polynome $p = p(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sind zutreffend? Die Polynome seien vom Grade n.

- [ ] Ein Polynom besitzt mindestens n Extremstellen.
- [x] Die Ableitung $p'(x)$ eines Polynoms $p(x) = a_n x^n + \ldots + a_0$ wird berechnet als
$$p'(x) = \sum_{k=1}^{n} k\, a_k\, x^{k-1}.$$
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [x] Besitzt ein Polynom die Nullstellen $x_1, x_2, \ldots x_n$, dann kann es dargestellt werden als
$$p(x) = \prod_{k=1}^{n} (x - x_k)$$
- [x] Ein Polynom besitzt höchstens n Nullstellen.

zurück | 33. | vor

Frage 34 von 60:

Gegeben sei die Funktion $f(x)$:

$$f(x) = \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}.$$

Diese Funktion weist offensichtlich eine Definitionslücke auf für $x = 0$. Welche Aussagen treffen zu?

- [x] Die Definitionslücke lässt sich schließen mit $f(0) = 0$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [ ] Zur Bestimmung des Funktionswertes der Definitionslücke können die Ableitungen des Zählers und des Nenners verwendet werden. Sie lauten

  Zähler: $\frac{x}{1-x^2}$,

  Nenner: 1.
- [ ] $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \frac{\lim_{x\to 0} 1-\sqrt{1-x^2}}{\lim_{x\to 0} x}$.
- [ ] Unter Anwendung der Regel von *L'Hospital* ist die Definitionslücke hebbar.

Frage 35 von 60:

Eine Funktion $f = f(x) \quad : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei stetig und differenzierbar. Außerdem gilt überall:

$$f'(x) = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = f(x).$$

Welche Aussagen über diese Funktion sind richtig?

- [x] $f(x) = c\,\mathrm{e}[x], \quad c \in \mathbb{R}$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] Die zweite Ableitung $f''(x)$ verschwindet identisch.
- [x] f ist monoton.
- [ ] Eine solche Funktion existiert nicht.

Frage 36 von 60:

Der Logarithmus y einer Zahl x zur Basis b gibt an, mit welchem Wert die Basis potenziert werden muss, um x zu erhalten.

$$y = \log_b x$$

Welche Aussagen über die Rechenregeln für Logarithmen sind richtig?
Die Zahlen x, y, b, r und s seien reell.

- [x] $\log_b \frac{1}{s} = -\log_b s$.
- [x] $\log_b r^s = s \log_b r$.
- [x] $\log_b (r \cdot s) = \log_b r + \log_b s$.
- [ ] $\log_b (r + s) = \log_b \sqrt{r} + \log_b \sqrt{s}$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

zurück | 36. | vor

Frage 37 von 60:

Die Berechnung von Werten eines Polynoms $p = p(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist eine häufige Aufgabe. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang korrekt, wenn n der Grad des Polynoms ist und $a_i, i = 0 \ldots n$ die reellen Koeffizienten sind?

- [x] Da ein Polynom Nullstellen haben kann, können bei der Berechnung der Ableitung des Polynoms Definitionslücken auftreten.
- [x] Zur Berechnung der Polynomwerte sollte das Hornerschema verwendet werden, in dem die folgende Schreibweise verwendet wird:

  $$p(x) = (\ldots((a_n x + a_{n-1})x + a_{n-1})x + \ldots + a_1)x + a_0$$
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Zur Berechnung der Polynomwerte kann die Polynomdefinition verwendet werden:

  $$p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$

  Diese Berechnungsmethode ist wegen der anfallenden Potenzen aufwändig.
- [ ] Die Berechnung der Nullstellen des Polynoms ist höchstens bis zum vierten Grad allgemein geschlossen möglich.

zurück | 37. | vor

Frage 38 von 60:

Gegeben sei die Funktion $f = f(x)$:

$$f(x) = \frac{1}{x^2} + x.$$

Welche der folgenden Eigenschaften besitzt sie?

- [x] f besitzt eine Nullstelle für $x = -1$.
- [x] Im Unendlichen wird f durch die Funktion $g(x) = x$ approximiert.
- [x] $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 2.$
- [ ] f besitzt keine der übrigen Eigenschaften.
- [ ] f besitzt ein lokales Minimum für $x = \sqrt[3]{2}$.

zurück | 38. | vor

Frage 39 von 60:

Für die Untersuchung von Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ kann eine Kurvendiskussion vorgenommen werden. Welche Aussagen treffen in diesem Zusammenhang zu?

- [x] Bei der Kurvendiskussion werden Definitions- und Wertemenge bestimmt.
- [x] Die Kurvendiskussion liefert Auskunft über Existenz und Lage von Nullstellen, Extremstellen, Wendestellen und Unstetigkeitsstellen.
- [x] Bei der Kurvendiskussion werden etwaige Asymptoten bestimmt.
- [ ] Die Kurvendiskussion dient der Erörterung ästhetischer Aspekte eines Kurvenverlaufs.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.

zurück | 39. | vor

Frage 40 von 60:

Reellwertige Funktionen besitzen Eigenschaften, die im Zuge der Kurvendiskussion bestimmt werden. Welche der folgenden Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [ ] Die Funktion $p(x) = x^{17}$ besitzt einen Extremwert.
- [ ] Die Funktion $g(x) = \ln x$ besitzt die Nullstelle $x_0 = 1$.
- [ ] Die Definitionsmenge der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ ist die Menge der reellen Zahlen.
- [x] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] Die Funktion $s(x) = \sin x$ ist achsensymmetrisch.

zurück | 40. | vor

Frage 41 von 60:
Für Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gelten Rechenregeln zur Bestimmung der Ableitungen zusammengesetzter Ausdrücke. Welche Regeln sind gültig?

- [x] $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(g(x)) = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}g} \cdot \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}x}$
- [x] $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'}{g'}$
- [x] $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
- [ ] Keine der übrigen Regeln ist gültig.
- [x] $(f + g)' = f' + g'$

zurück | 41. | vor

Frage 42 von 60:
Welche Aussagen über die Ableitung von Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sind zutreffend?

- [x] Zur eindeutigen Bestimmung der Ableitung einer Funktion muss diese notwendig stetig sein.
- [ ] Die Ableitung einer Funktion entspricht der Differenz von Funktionswert und Argument.
- [x] Die Ableitung einer Funktion an einer Stelle kann graphisch als die Steigung der Tangente an dieser Stelle gedeutet werden.
- [x] Die Ableitung f' einer Funktion $f = f(x)$ kann bestimmt werden über den Grenzwert
$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.

zurück | 42. | vor

Frage 43 von 60:
Reellwertige Funktionen können unter bestimmten Voraussetzungen differenziert werden. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [ ] Für $g(x) = 7\,x^5 + 3\,x^4 - 18\,x^3 + 9\,x^2 + 2\,x - 39$ verschwinden alle Ableitungen ab der fünften identisch.
- [ ] Keine Funktion kann identisch ihrer vierten Ableitung sein.
- [ ] Die Funktion $f(x) =^x$ ist identisch ihrer Ableitung.
- [x] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] Die Ableitung eines Polynoms ist stets wieder ein Polynom.

zurück | 43. | vor

Frage 44 von 60:
Gegeben seien eine Funktion $f = f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sowie ihre Stammfunktion $F(x)$. Beide Funktionen seien stetig, differenzierbar und integrierbar. Es sei c eine reellwertige Konstante. Welche Aussagen treffen stets zu?

- [x] Integration ist die Umkehrung der Differentiation.
- [x] $\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + c$
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [x] $F'(x) = f(x)$
- [ ] $F(x) = \frac{1}{f(x)}$.

zurück | 44. | vor

Frage 45 von 60:
Reellwertige Funktionen lassen sich in der Regel integrieren. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [ ] Eine Funktion muss stetig sein, damit sie integriert werden kann.
- [x] Das Integral einer Funktion ist stets größer als diese Funktion.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Eine Funktion muss differenzierbar sein, um integriert werden zu können.
- [ ] Eine Funktion kann gleich ihrem Integral sein.

zurück | 45. | vor

Frage 46 von 60:
Zur statistischen Beschreibung von Daten einer Stichprobe vom Umfang n können diese einer Häufigkeitsauswertung unterzogen werden. Es werde angenommen, dass die Daten sortierbar seien. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Die absolute Häufigkeit eines Wertes gibt an, wie oft dieser Wert in der Stichprobe erscheint.
- [x] Die Summe der relativen Häufigkeiten aller Werte der Stichprobe ist stets Eins.
- [x] Die relative Häufigkeit eines Wertes ist dessen absolute Häufigkeit bezogen auf den Stichprobenumfang.
- [x] Sind die Werte der Stichprobe untereinander jeweils verschieden, dann bietet es sich an, die Werte in Klassen geeigneter Intervallbreite zu verteilen und dann die Häufigkeiten der Klassen zu betrachten.

zurück | 46. | vor

Frage 47 von 60:

Gegeben seien Messwerte einer Größe:
17,2; 19,3; 18,7; 17,8; 19,1; 18,8; 18,6.
Welche der folgenden Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [x] Der Median der Messgröße beträgt 18,7.
- [ ] Der Median der Messgröße beträgt 17,8.
- [x] Der Mittelwert der Messgröße beträgt 18,5.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] Der Mittelwert der Messgröße beträgt 18,7.

zurück | 47. | vor

Frage 48 von 60:

Die Standardabweichung ist ein wichtiges Streuungsmaß für unabhängig ermittelte Messwerte $x_i, \quad i = 1 \ldots n$, die der gleichen Verteilung unterliegen. Die Schätzung S der Standardabweichung wird bestimmt mit

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}, \quad \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Hier ist $\bar{x}$ der Mittelwert der Messwerte.
Welche Aussagen über ihre Berechnung sind richtig?

- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] $S = \sqrt{\frac{\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{1-n}}$,
- [ ] S ist erst für wenigstens $n = 2$ Messwerte definiert.
- [ ] Für ungünstig verteilte Messwerte x_i kann der Ausdruck $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ unter der Wurzel negativ werden. S ist dann nicht definiert.
- [x] S kann erst berechnet werden, nachdem zuvor der Mittelwert $\bar{x}$ berechnet wurde.

zurück | 48. | vor

Frage 49 von 60:

Zur Schätzung der Stichprobenvarianz s^2 von n Werten x_i, $i = 1 \ldots n$, wird die folgende Beziehung verwendet:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

.

Gegeben seien die folgenden Stichproben eines Warenpreises p:

Nr.	Preis/Euro
1	36,80
2	37,40
3	37,10
4	36,50
5	37,20
6	37,00
7	37,10

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- [ ] s^2 muss um den Faktor $\frac{n-1}{n}$ korrigiert werden.
- [ ] $s^2(p) = 0,084762$ Euro.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] s^2 ist eine erwartungstreue Schätzfunktion
- [x] $s^2(p) = 0,084762$ Euro^2.

zurück | 49. | vor

Frage 50 von 60:

Oft besteht zwischen verschiedenen Größen x und y ein linearer Zusammenhang $y = a\,x + b$. Liegen hinreichend viele (n) beobachtete Werte (x_k, y_k), $k = 1 \ldots n$ vor, dann können die Parameter a und b mittels linearer Regression bestimmt werden:

$$\begin{aligned} b &= \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2} \\ & \quad \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k, \quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} y_k \\ a &= \bar{y} - b\,\bar{x} \end{aligned}$$

Der Korrelationskoeffizient r ist definiert als:

$$r = \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2 \cdot \sum_{k=1}^{n}(y_k - \bar{y})^2}}$$

Es erweist sich für die Auswertung als vorteilhaft, die folgenden Summen zu berechnen:

$$\begin{aligned} S_x &= \sum_{k=1}^{n} x_k & \qquad S_{xy} &= \sum_{k=1}^{n} x_k y_k \\ S_y &= \sum_{k=1}^{n} y_k & \qquad S_{xx} &= \sum_{k=1}^{n} x_k^2 \\ & & \qquad S_{yy} &= \sum_{k=1}^{n} y_k^2 \end{aligned}$$

Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang zutreffend?

- [ ] Der Regressionskoeffizient b lässt sich berechnen als

zurück | 50. | vor

Frage 51 von 60:

Der Korrelationskoeffizient r zweier paarweise ermittelter Größen x und y ist mit n Stichproben definiert als:

$$r(x,y) = \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2 \cdot \sum_{k=1}^{n}(y_k - \bar{y})^2}}$$

Von einer Ware werden stichprobenweise Preise p in Abhängigkeit von der Gebindegröße m erhoben:

i	m/kg	p/Euro
1	1	1,06
2	2	2,01
3	5	4,54
4	8	5,88
5	12	7,87
6	20	7,47

Der spezifische Preis s sei

$$s = \frac{p}{m}$$

.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] Für die gegebenen Daten wird mindestens eine der Summen, aus denen die Wurzel gezogen werden muss, negativ; daher kann kein Korrelationskoeffizient bestimmt werden.
- [ ] Der spezifische Preis ist negativ mit der Gebindegröße korreliert; der Korrelationskoeffizient beträgt -0,99424.
- [x] Der Preis korreliert mit der Gebindegröße; der Korrelationskoeffizient beträgt 0,8781.
- [ ] Der Korrelationskoeffizient für Preis und Gebindegröße beträgt Null.

zurück | 51. | vor

Frage 52 von 60:

Für natürliche Zahlen n und k ist der Binomialkoeffizient definiert als

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

Welche Aussagen über Binomialkoeffizienten natürlicher Zahlen n und k sind richtig?

- [x] $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$
- [ ] Zur Berechnung der Binomialkoeffizienten werden die binomischen Formeln benötigt.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Die Werte der Binomialkoeffizienten lassen sich aus dem *Pascalschen Dreieck* berechnen.
- [x] $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

zurück | 52. | vor

Frage 53 von 60:
Es werde angenommen, dass ein Jahr 365 Tage habe und dass die Geburtstage einer ausgewählten Gruppe von Personen gleichmäßig über das Jahr verteilt seien. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Die Wahrscheinlichkeit, dass unter n Personen mindestens eine an einem gewählten Tag Geburtstag hat, ist mit der Binomialverteilung zu bestimmen als $p = 1 - \binom{n}{0}\left(\frac{364}{365}\right)^n$.
- [x] Bei mindestens 23 zufällig ausgewählten Personen ist es eher wahrscheinlich als unwahrscheinlich, dass mindestens zwei von ihnen am gleichen Tag Geburtstag haben.
- [ ] Bei mindestens 13 zufällig ausgewählten Personen ist es eher wahrscheinlich als unwahrscheinlich, dass mindestens drei von ihnen am gleichen Tag Geburtstag haben.
- [x] Bei mindestens 253 zufällig ausgewählten Personen ist es eher wahrscheinlich als unwahrscheinlich, dass mindestens zwei von ihnen an einem bestimmten Tag Geburtstag haben.

Frage 54 von 60:
Seit der *Krake Paul* für die Fußballweltmeisterschaft im Jahre 2010 im Sinne der Angabe des Spielgewinners alle sieben Spielergebnisse der deutschen Mannschaft sowie des Endspiels korrekt vorhergesagt hat, sind Tierorakel bei sportlichen Meisterschaften sehr populär geworden. Welche Aussagen über ihre Vorhersagen sind richtig, wenn angenommen wird, dass ein Spiel stets einen Gewinner hat, ein Unentschieden als Spielergebnis also ausscheidet?

- [x] Werden 300 Orakeltiere befragt, dann ist es eher wahrscheinlich als unwahrscheinlich, dass eines von ihnen bei acht Spielen jeweils den Gewinner richtigt prophezeit.
- [x] Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Orakel bei acht Spielen den Gewinner zufällig korrekt vorhersagt, beträgt $p = 1/2^8 \approx 0,39\%$.
- [ ] Es ist zu erwarten, dass die Wahrscheinlichkeit einer korrekten Vorhersage durch ein Tierorakel mit seiner Neigung zum Sporttreiben steigt.
- [ ] Auf der Welt leben eigentlich nicht genügend Kraken, als dass mindestens einer von ihnen den Gewinner einer Folge von acht Spielen vorhersagen könnte.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

Frage 55 von 60:

Die Normalverteilung ist eine stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}.$$

Hier ist μ der Erwartungswert und σ^2 die Varianz als Quadrat der Standardabweichung.
Welche Aussagen über die Normalverteilung sind richtig?

- [x] Die Wahrscheinlichkeitsdichte f ist symmetrisch zu $x = \mu$. Außerdem besitzt sie dort ihr einziges Maximum.
- [x] Die Verteilungsfunktion $F(x)$ kann mit der Fehlerfunktion (x) berechnet werden zu: $F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(1 + \left(\frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right).$
- [x] Die Wendestellen der Wahrscheinlichkeitsdichte f liegen bei $x = \mu \pm \sigma$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Wert einer normalverteilten Größe innerhalb der doppelten Standardabweichung um den Mittelwert liegt, ist größer als 99%.

zurück | 55. | vor

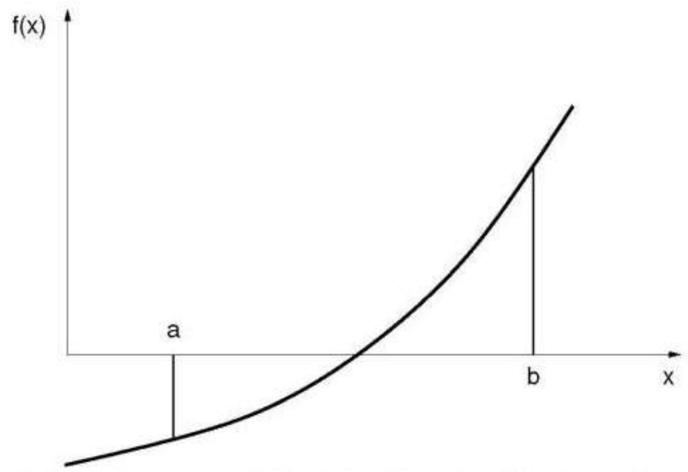
Frage 56 von 60:

In der Statistik sind verschiedene Hypothesentests gebräuchlich. Welche gehören dazu?

- [ ] Keiner der übrigen Tests gehört zu den Hypothesentests.
- [ ] Turing-Test.
- [ ] Fehlings Test.
- [x] Students t-Test.
- [x] χ^2-Test.

zurück | 56. | vor

Frage 57 von 60:



Gegeben sei eine stetige reellwertige Funktion $f = f(x)$, $x \in \mathbb{R}$. Zwischen den Stützstellen a und b weise die Funktion einen Vorzeichenwechsel auf. Dann kann zwischen den Stützstellen mit dem Bisektionsverfahren eine Nullstelle gefunden werden.

Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [ ] Das Bisektionsverfahren konvergiert ungefähr linear.
- [x] Beim Bisektionsverfahren wird an der Stelle $c = \frac{a+b}{2}$ der Funktionswert $f(c)$ bestimmt; sind $f(a)$ und $f(c)$ vorzeichenverschieden, dann liegt zwischen ihnen eine Nullstelle, so dass das Verfahren mit c anstelle von b fortgesetzt werden kann.
- [ ] Sind $f(a)$ und $f(b)$ vorzeichengleich, dann liegen zwischen a und b mindestens zwei Nullstellen.
- [x] Das Bisektionsverfahren setzt die Gültigkeit des Zwischenwertsatzes voraus.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

Frage 58 von 60:

Gegeben sei ein lineares Gleichungssystem mit der Koeffizientenmatrix $\mathbf{A}$, der rechten Seite $\mathbf{b}$ und den Unbekannten in $\mathbf{x}$:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}.$$

Die Lösung linearer Gleichungssysteme erfolgt in der Praxis häufig durch das Gaußsche Eliminationsverfahren. Welche Aussagen über dieses Verfahren sind korrekt?

- [ ] Pivotisieren sollte vermieden werden.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.
- [x] Die Determinante der Matrix $\mathbf{A}$ lässt sich einfach aus dem Produkt der Diagonalelemente der entstehenden Dreiecksmatrix berechnen.
- [x] Das Verfahren erfolgt in den Schritten:
  Antwort 1: Vorwärtselimination,
  Antwort 2: Rückwärtseinsetzen.
- [x] Das Verfahren ist effizienter als die Lösung über die Inverse von $\mathbf{A}$ mit $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$.

Frage 59 von 60:

Gegeben seien die Matrizen $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ der Dimension $n \times n$ sowie die Vektoren $\mathbf{x}$ und $\mathbf{y}$ der Dimension n, $n \in \mathbb{N}$. Bei der Arithmetik mit Matrizen und Vektoren resultiert ein Rechenaufwand aus der Tatsache, dass koeffizientenweise gerechnet wird. Welche Aussagen über den Rechenaufwand sind richtig?

- [ ] Die Berechnung von $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$ erfordert stets 2^n Einzelmultiplikationen.
- [x] Die Bildung der Summe $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ erfordert etwa n^2 Einzeladditionen.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Die Bildung des Produktes $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ erfordert ungefähr n^3 Einzelmultiplikationen.
- [ ] Der Aufwand zur Bildung des Skalarproduktes $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ ist unabhängig von der Dimension n.

zurück | 59. | vor

Frage 60 von 60:

Gegeben sei ein Polynom $p = p(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ vom Grad n mit reellwertigen Koeffizienten:

$$p(x) = a_n\, x^n + a_{n-1}\, x^{n-1} + \ldots + a_1\, x + a_0. \tag{1}$$

Das Polynom kann in modifizierter Form notiert werden als

$$p(x) = ((((a_n\, x + a_{n-1})x + a_{n-2})\, x + a_{n-3})\, x \ldots + a_1)\, x + a_0. \tag{2}$$

Welche Aussagen bezüglich der numerischen Verarbeitung dieses Polynoms treffen zu?

- [ ] Der Aufwand zur numerischen Auswertung des Polynoms ist bei beiden Formeln gleich.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [x] Die numerische Berechnung des Polynomwertes an der Stelle x sollte unter Verwendung der Formel 2 erfolgen, weil sie die Auswertung rechenaufwendiger Potenzen vermeidet.
- [x] Die Anzahl der Multiplikationen und der Additionen ist bei beiden Formeln gleich, solange die Potenzauswertungen nicht mitgezählt werden.
- [ ] Potenzen können numerisch sehr effizient berechnet werden. Deshalb ist der numerische Aufwand bei Formel 1 nur unwesentlich höher als bei Forme 2.

zurück | 60. | vor