Frage 1 von 60:

Welche Aussagen über rationale Zahlen sind korrekt?

- [x] Eine rationale Zahl z ist das Verhältnis zweier ganzer Zahlen m und n. Dies entspricht dem Quotienten $\frac{m}{n}$. Dabei muss n von Null verschieden sein.
- [ ] Die Kreiszahl π ist eine rationale Zahl.
- [ ] Die Mächtigkeit der Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen ist größer als die Mächtigkeit der Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.
- [x] Zwischen zwei rationalen Zahlen a und b liegt stets mindestens eine weitere rationale Zahl.

zurück | 1. | vor

Frage 2 von 60:

Im Dezimalsystem, das als Basis die Zehn verwendet, werden Zahlen nach einem Stellenwertsystem von Einern, Zehnern, Hundertern, Tausendern und so weiter aufgebaut. So kann die Zahl 7483 verstanden werden als

$$\begin{array}{rr} 7\cdot & 1000 \\ +4\cdot & 100 \\ +8\cdot & 10 \\ +3\cdot & 1 \\ \hline & 7483 \\ \hline\hline \end{array}$$

Allgemein kann in einem Stellenwertsystem zur Basis B eine Zahl Z aus ihren n Ziffern $z_i, i = 0 \ldots n$ konstruiert werden mit

$$Z = \sum_{i=0}^{n} z_i \, B^i$$

Welche Aussagen über Stellenwertsysteme sind richtig?

- [x] Eine Zahl wechselt bei Übergang von einem in ein anders Stellenwertsystem ihre Darstellung, nicht aber ihren Wert.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] Alternativ zum Dezimalsystem existieren nur noch das Binär- und das Hexadezimalsystem.
- [x] Der Wert der Basis gibt die Anzahl der erforderlichen Ziffersymbole an.
- [x] Die Zahl 12 als Basis für ein Stellenwertsystem ist vorteilhaft, weil sie erheblich mehr Teiler besitzt als die fast gleichgroße Zahl 10. Die Bedeutung des Duodezimalsystems ist aus dem Vorkommen entsprechender Zahlwörter (Dutzend, Schock, Gros und Zwölf - nicht etwa Zwei-Zehn) ersichtlich.

zurück | 2. | vor

Frage 4 von 60:

Welche Aussagen über die Bestimmung von Primzahlen sind richtig?

- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] Für Primzahlen n sind alle $p(n) = 2^n - 1$ wiederum Primzahlen.
- [x] Primzahlen können mit dem Sieb des Eratosthenes bestimmt werden.
- [ ] Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $p(n) = n^2 - n + 41$ sind Primzahlen.
- [x] Seien $p_i, i = 1 \ldots n$ alle Primzahlen bis einschließlich p_n, dann ist $p = 1 + \prod_{i=1}^{n} p_i$ wiederum eine Primzahl.

zurück | 4. | vor

Frage 6 von 60:

Terme, die durch fortgesetzte Multiplikation von Werten einer Folge a_k gebildet werden, sind Produkte:

$$\prod_{k=1}^{n} a_k$$

Welche Aussagen über Produkte sind richtig, wenn a_k eine reellwertige Folge und $p \in \mathbb{R}$?

- [x] $\prod_{k=1}^{n} a_k^p = (\prod_{k=1}^{n} a_k)^p$.
- [x] $\ln \prod_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n} \ln a_k,\ a_k > 0$.
- [ ] $\prod_{k=1}^{n} p \cdot a_k = p \cdot \prod_{k=1}^{n} a_k$.
- [x] $n! = \prod_{k=1}^{n} k$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

zurück | 6. | vor

Frage 8 von 60:

Eine Reisestrecke betrage $d = 500$ km. Sie werde folgendermaßen zurückgelegt:

- 50 km innerorts mit einer Geschwindigkeit von 25 km/h,
- 325 km auf Autobahnen mit Geschwindigkeitsbeschränkung von 100 km/h,
- 20 km Baustellen mit 80 km/h,
- 5 km Stau mit 10 km/h,
- der Rest der Strecke wird unter Vollgas mit 200 km/h zurückgelegt; der dadurch bedingte Kraftstoffverbrauch verursacht eine Tankpause von 10 Minuten.

Welche Aussagen sind richtig?

- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] Die Durchschnittsgeschwindigkeit der Reise ließe sich auf etwa 100 km/h steigern, wenn das Fahrzeug unter Vollgas 250 km/h zurücklegen könnte.
- [ ] Die Durchschnittsgeschwindigkeit der Reise kann nicht berechnet werden, weil die Geschwindigkeit während des Tankstopps bei Null liegt.
- [x] Die Durchschnittsgeschwindigkeit der Reise würde ungefähr 73 km/h betragen, wenn man statt Vollgasfahrt lediglich mit 120 km/h gefahren wäre und dadurch auf den Tankstopp hätte verzichten können.
- [x] Die Durchschnittsgeschwindigkeit der Reise beträgt 75 km/h.

zurück | 8. | vor

Frage 9 von 60:

Welche der folgenden Aussagen über verknüpfende Mengenoperationen zweier Mengen $\mathbb{U} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ und $\mathbb{P} = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ sind richtig?

- [x] Die Schnittmenge $\mathbb{S} = \mathbb{U} \cap \mathbb{P} = \{3, 5, 7, 11\}$ ist nie mächtiger als eine der gegebenen Mengen.
- [x] Für die Schnittmenge $\mathbb{S}$ gilt: $\mathbb{S} = (\mathbb{U} \cap \mathbb{P}) \setminus ((\mathbb{U} \setminus \mathbb{P}) \cap (\mathbb{P} \setminus \mathbb{U}))$.
- [x] Die Restmenge $\mathbb{C} = \mathbb{U} \setminus \mathbb{P} = \{1, 9\}$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Die Vereinigungsmenge ist $\mathbb{V} = \mathbb{U} \cup \mathbb{P} = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11\}$.

zurück | 9. | vor

Frage 10 von 60:

Welche Aussagen über Eigenschaften von Mengen treffen zu?

- [x] Zwei Mengen sind gleich, wenn sie die gleichen Elemente enthalten.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [ ] Eine Menge muss mindestens ein Element enthalten.
- [x] Jede Menge enthält die leere Menge.
- [ ] Eine Menge kann sich nicht selbst als Element enthalten.

zurück | 10. | vor

Frage 11 von 60:

Welche Aussagen über Eigenschaften von Elementen in Mengen sind richtig?

- [x] Ein Element darf mehrfach in einer Menge enthalten sein.
- [x] Es muss möglich sein, zu entscheiden, ob eine Element in einer Menge enthalten ist oder nicht.
- [ ] Ein Element einer Menge ist auch Element aller Teilmengen dieser Menge.
- [ ] Eine Menge kann kein Element einer Menge sein.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

zurück | 11. | vor

Frage 13 von 60:

Binäre Relationen setzen die Elemente zweier Mengen in Beziehung. Häufig werden derartige Relationen in Infix-Notation dargestellt. Eine allgemeine Relation werde zum Beispiel geschrieben als

$$a \circ b,\ a \in \mathbb{A},\ b \in \mathbb{B}.$$

Relationen können nach ihren Eigenschaften kategorisiert werden. Relationen sind

reflexiv, wenn $a \circ a$ für alle $a \in \mathbb{A}$.

symmetrisch, wenn $a \circ b \Rightarrow b \circ a$ für alle $a, b \in \mathbb{A}$.

transitiv, wenn $a \circ b \wedge b \circ c \Rightarrow a \circ c$ für alle $a, b, c \in \mathbb{A}$.

equivalent, wenn sie reflexiv, symmetrisch und transitiv sind.

Welche der folgenden Aussagen sind in diesem Zusammenhang für Relationen zwischen natürlichen Zahlen richtig?

- [x] Die Relation „$=$“ ist reflexiv.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Die Relation „$<$“ ist transitiv.
- [x] Die Relation „$=$“ ist equivalent.
- [x] Die Relation „$\neq$“ ist symmetrisch.

zurück | 13. | vor

Frage 14 von 60:

Es gelte für die Aussagen A und B die Implikation $A \to B$, die besagt, dass B wahr ist, wenn A wahr ist. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [ ] A ist notwendige Bedingung für B.
- [ ] B ist hinreichende Bedingung für A.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] A ist hinreichende Bedingung für B.
- [x] B ist notwendige Bedingung für A.

zurück | 14. | vor

Frage 15 von 60:

In der Prädikatenlogik werden der Existenzquantor $\exists$ und der Allquantor $\forall$ verwendet. Welche der folgenden Aussagen verwenden die Quantoren in dem Sinne korrekt, dass die jeweilige Aussage wahr ist?

- [ ] In keiner der übrigen Aussagen werden die Quantoren korrekt verwendet.
- [x] $\forall x(x \in \mathbb{R} \wedge \frac{x}{2} \in \mathbb{R})$
- [x] $\exists n(n \in \mathbb{N} \wedge 42\,n = 42)$
- [ ] $\forall n(n, m \in \mathbb{N} \wedge n - m \in \mathbb{N})$
- [x] $\exists x(x \in \mathbb{R} \wedge \frac{1}{x} = x)$

zurück | 15. | vor

Frage 17 von 60:

Der Beweis durch Widerspruch ist ein wichtiges mathematisches Beweisprinzip.

Es sei die Behauptung, dass es eine größte Primzahl p_n gebe. Es existieren also n Primzahlen $p_k,\ k = 1 \ldots n$.

Welche Aussagen über diese Behauptung treffen zu?

- [ ] Eine größte Primzahl p_n existiert, jedoch reicht aktuell die Rechnerleistung noch nicht aus, sie zu bestimmen.
- [ ] Da es nur eine gerade Primzahl gibt, die größte Primzahl aber das Produkt aller kleineren ist, muss die größte Primzahl wiederum gerade sein.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [ ] Wenn eine größte Primzahl existiert, dann kann eine Zahl p_x konstruiert werden mit

$$p_x = \prod_{k=1}^{n} p_k.$$

Offenbar ist p_x durch zahlreiche Primzahlen teilbar. Deshalb existiert jenseits von p_n keine weitere Primzahl. Es kann also nur endlich viele Primzahlen geben.

- [x] Wenn eine größte Primzahl existiert, dann kann eine Zahl p_x konstruiert werden mit

$$p_x = 1 + \prod_{k=1}^{n} p_k.$$

Teilt man p_x durch alle Primzahlen, dann bleibt stets der Rest Eins. Sie besitzt also keine Teiler außer Eins und p_x selbst. Damit ist sie eine Primzahl jenseits p_n. Dies widerspricht der Annahme von der Existenz endlich vieler Primzahlen. Wegen dieses Widerspruchs existieren mehr als endlich viele Primzahlen.

zurück | 17. | vor

Frage 18 von 60:

Gegeben seien zwei natürliche Zahlen a und b, die zueinander teilerfremd, also relativ prim, sind. Welche Aussagen über ihre Summe und Differenz sind richtig?

- [ ] Nur wenn a und b absolut prim sind, existiert kein gemeinsamer Faktor k. Es kann also bei nicht primen teilerfremden Zahlen ein gemeinsamer Faktor k existieren, der auf Faktor der Summe wäre. Die Summe kann also mit mindestens einem der Summanden gemeinsame Teiler besitzen.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Wenn die Summe von a und b zu beiden teilerfremd ist, dann trifft dies auch für die Differenz zu.
- [x] Wenn a und b relativ prim sind, dann existiert kein gemeinsamer Faktor k. Dieser ließe sich also aus der Summe nicht ausklammern. Daher ist auch die Summe relativ prim zu beiden Summanden.
- [ ] Die Frage nach gemeinsamen Teilern kann nur durch Ausprobieren gelöst werden. Da aber unendlich viele natürliche Zahlen existieren, ist die Frage praktisch unlösbar.

zurück | 18. | vor

Frage 23 von 60:

Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Unter welchen notwendigen Bedingungen ist das Gleichungssystem lösbar?

- [x] Sein Rang muss seiner Dimension entsprechen.
- [ ] Das Gleichungssystem ist unter keiner der übrigen Bedingungen lösbar.
- [ ] Die Koeffizienten b_i der rechten Seite müssen reell sein.
- [ ] Die Determinante der Koeffizientenmatrix muss Null sein.
- [x] Es muss quadratisch sein.

zurück | 23. | vor

Frage 24 von 60:

Gegeben seien ein Zeilenvektor $\vec{a}$ und ein Spaltenvektor $\vec{b}$ mit je n reellwertigen Koeffizienten:

$$a = (a_1, a_2, \ldots a_n)$$
$$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Welche Aussagen treffen zu?

- [x] Das Produkt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ liefert einen reellwertigen Skalar.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [x] Das Produkt $\vec{b} \cdot \vec{a}$ liefert eine reellwertigen $n \times n$-Matrix.
- [x] Im allgemeinen existieren eine $n \times n$-Matrix $\mathbf{M}$ sowie eine reelle Zahl c mit
$$\vec{a} \cdot \mathbf{M} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot c \cdot \vec{b}.$$
- [ ] Die Summe $\vec{a} + \vec{b}$ liefert die n-dimensionale Einheitsmatrix.

zurück | 24. | vor

Frage 25 von 60:

Für eine quadratische Matrix $\mathbf{A}$ der Dimension $n \times n$ ist die Determinante $\det \mathbf{A}$ definiert. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] $\det \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det \mathbf{A}}$. Die Matrix $\mathbf{A}$ ist also invertierbar, solange ihre Determinante von Null verschieden ist.
- [x] $\det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}^{\mathrm{T}}$.
- [x] $\det c \cdot \mathbf{A} = c^n \det \mathbf{A}, \quad c \in \mathbb{R}$.
- [x] Bildet man aus $\mathbf{A}$ durch Vertauschen von zwei Zeilen oder Spalten die Matrix $\mathbf{B}$, dann unterscheiden sich die Determinanten von $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ höchstens im Vorzeichen.

zurück | 25. | vor

Frage 26 von 60:

Viele Folgen streben Grenzwerten zu. Welche Aussagen sind richtig?

- [x] $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e.$
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Sei f_n die Fibonaccifolge. Für das Verhältnis ihrer Folgenglieder gilt: $\lim_{n\to\infty}\frac{f_{n+1}}{f_n} = \Phi$. Hier ist $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ der goldene Schnitt.
- [x] $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2} = 0.$
- [ ] $\lim_{n\to\infty} n^2 = 2^n.$

zurück | 26. | vor

Frage 27 von 60:

In der Zinseszinsrechnung sind die geometrische Folge und die geometrische Reihe bedeutsam. Für einen reellen Wert $q > 1$ ist die geometrische Folge mit dem positiven, reellen Startwert a_1 definiert als

$$a_n = q^{n-1}\,a_1.$$

Die geometrische Reihe ist definiert als

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k.$$

Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [x] Mit steigendem n wachsen Folge und Reihe unbeschränkt.
- [x] $s_n = a_1\frac{q^n-1}{q-1}.$
- [ ] Wenn der Startwert a_1 halbiert wird, dann verdoppeln sich die Werte der Folgen- und der Reihenglieder.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Das Verhältnis zweier Folgenglieder ist konstant mit $\frac{a_{k+1}}{a_k} = q.$

zurück | 27. | vor

Frage 28 von 60:

Es sei $a_i = k^i,\ i = 0, 1, \ldots$ die Folge der Potenzen einer reellen Basis $k > 1$. Nun sei $s_n = \sum_{i=0}^{n} a_i$ die Reihe über dieser Folge. Welche Aussagen sind richtig?

- [x] $s_{n+1} = k\, s_n + 1.$
- [x] $s_n = \frac{k^{n+1}-1}{n-1}.$
- [x] $s_{n+1} - s_n = k^{n+1}$
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [ ] $s_{n+1} = k\, s_n - 1.$

zurück | 28. | vor

Frage 30 von 60:

Es sei $\log_b a$ der Logarithmus von a zur Basis b.
Welche Aussagen über den Logarithmus Naturalis $\ln x$ einer Variablen x treffen zu?

- [x] $\log_b a = \dfrac{\ln a}{\ln b}.$
- [x] $\ln x$ ist die Umkehrfunktion zu e^x.
- [ ] Der Logarithmus Naturalis ist für allgemein reelle Argumente definiert.
- [x] $\ln x = \displaystyle\int_1^x \frac{1}{t}\mathrm{d}t,.$
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.

zurück | 30. | vor

Frage 33 von 60:

Für die Untersuchung von Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ kann eine Kurvendiskussion vorgenommen werden. Welche Aussagen treffen in diesem Zusammenhang zu?

- [x] Bei der Kurvendiskussion werden Definitions- und Wertemenge bestimmt.
- [x] Bei der Kurvendiskussion werden etwaige Asymptoten bestimmt.
- [x] Die Kurvendiskussion liefert Auskunft über Existenz und Lage von Nullstellen, Extremstellen, Wendestellen und Unstetigkeitsstellen.
- [ ] Die Kurvendiskussion dient der Erörterung ästhetischer Aspekte eines Kurvenverlaufs.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.

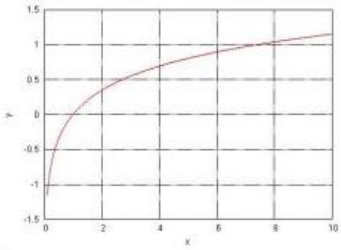
zurück | 33. | vor

Frage 34 von 60:

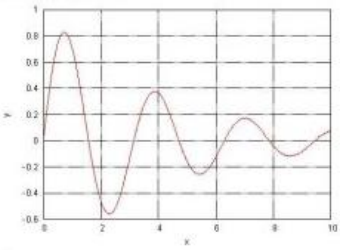
Gegeben seien die folgenden Funktionen:

$$
\begin{aligned}
y &= x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 2x + 8 && (1)\\
y &= e^{-x/4} \sin 2x && (2)\\
y &= \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 11}} && (3)\\
y &= \ln \sqrt{x}. && (4)
\end{aligned}
$$

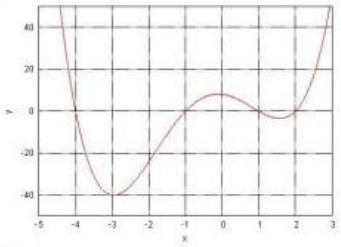
Außerdem seien die folgenden Funktionsgraphen gegeben:



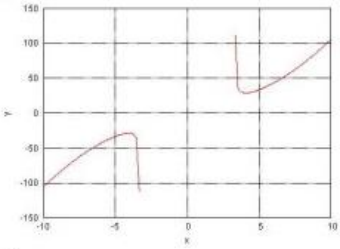
(a)



(b)



(c)



(d)

Welche der folgenden Zuordnungen sind richtig?

- [x] Graph (a) zeigt Funktion (4).
- [ ] Graph (d) zeigt Funktion (2).
- [ ] Keine der übrigen Zuordnungen ist richtig.
- [x] Graph (d) zeigt Funktion (3).
- [ ] Graph (b) zeigt Funktion (3).

zurück | 34. | vor

Frage 37 von 60:

Welche Aussagen über die Ableitung von Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sind zutreffend?

- [x] Die Ableitung einer Funktion an einer Stelle kann graphisch als die Steigung der Tangente an dieser Stelle gedeutet werden.
- [x] Die Ableitung f' einer Funktion $f = f(x)$ kann bestimmt werden über den Grenzwert
$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$
- [ ] Die Ableitung einer Funktion entspricht der Differenz von Funktionswert und Argument.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [x] Zur eindeutigen Bestimmung der Ableitung einer Funktion muss diese notwendig stetig sein.

zurück | 37. | vor

Frage 38 von 60:

Reellwertige Funktionen können unter bestimmten Voraussetzungen differenziert werden. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [x] Die Ableitung eines Polynoms ist stets wieder ein Polynom.
- [ ] Keine Funktion kann identisch ihrer vierten Ableitung sein.
- [x] Für $g(x) = 7\,x^5 + 3\,x^4 - 18\,x^3 + 9\,x^2 + 2\,x - 39$ verschwinden alle Ableitungen ab der fünften identisch.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Die Funktion $f(x) = \mathrm{e}^x$ ist identisch ihrer Ableitung.

zurück | 38. | vor

Frage 39 von 60:

Betrachtet werde eine Funktion $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{1}{f'(x)}$$

Welche Aussagen über diese Funktion sind richtig?

- [x] $f(x) = \pm\sqrt{2x + c}, c \in \mathbb{R}$.
- [ ] Eine Funktion, die der genannten Bedingung genügt, existiert nicht
- [ ] $f(x) = 0$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] $f(x)$ besitzt höchstens zwei absolute Extremwerte.

zurück | 39. | vor

Frage 41 von 60:

Gegeben seien eine Funktion $f = f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sowie ihre Stammfunktion $F(x)$. Beide Funktionen seien stetig, differenzierbar und integrierbar. Es sei c eine reellwertige Konstante. Welche Aussagen treffen stets zu?

- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [x] $\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + c$
- [x] Integration ist die Umkehrung der Differentiation.
- [x] $F'(x) = f(x)$
- [ ] $F(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

zurück | 41. | vor

Frage 42 von 60:

Für integrierbare Funktionen $f(x), g(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sowie Konstante $c \in \mathbb{R}$ gelten Rechenregeln zur Bestimmung der Integrale von zusammengesetzten Ausdrücken. Welche Regeln sind gültig?

- [x] $\int c \cdot f \, \mathrm{d}x = c \int f \, \mathrm{d}x.$
- [ ] Keine der übrigen Regeln ist gültig.
- [x] $\int f' \cdot g \, \mathrm{d}x = f \cdot g - \int f \cdot g' \, \mathrm{d}x.$
- [ ] $\int \frac{f}{g} \, \mathrm{d}x = \frac{\int f \, \mathrm{d}x}{\int g \, \mathrm{d}x}.$
- [x] $\int f + g \, \mathrm{d}x = \int f \, \mathrm{d}x + \int g \, \mathrm{d}x.$

zurück | 42. | vor

Frage 43 von 60:

Zur statistischen Beschreibung von Daten einer Stichprobe vom Umfang n können diese einer Häufigkeitsauswertung unterzogen werden. Es werde angenommen, dass die Daten sortierbar seien. Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [x] Die absolute Häufigkeit eines Wertes gibt an, wie oft dieser Wert in der Stichprobe erscheint.
- [x] Die Summe der relativen Häufigkeiten aller Werte der Stichprobe ist stets Eins.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Sind die Werte der Stichprobe untereinander jeweils verschieden, dann bietet es sich an, die Werte in Klassen geeigneter Intervallbreite zu verteilen und dann die Häufigkeiten der Klassen zu betrachten.
- [x] Die relative Häufigkeit eines Wertes ist dessen absolute Häufigkeit bezogen auf den Stichprobenumfang.

zurück | 43. | vor

Frage 45 von 60:

Von einer Größe seien die folgenden Werte gegeben:

$$3, 5, 6, 7, 7, 9, 11.$$

Nun wird als weiterer Wert 1000 bestimmt und hinzugefügt. Welche Aussagen über Median und Mittelwert vor und nach dem Hinzufügen sind richtig?

- [x] Der Median bleibt gleich.
- [ ] Der Mittelwert bleibt gleich.
- [ ] Median und Mittelwert verändern sich in gleicher Weise.
- [x] Der Mittelwert erhöht sich auf ein Mehrfaches.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

zurück | 45. | vor

Frage 47 von 60:

Eine Anordnung von Elementen einer Menge $\mathbb{A}$ der Mächtigkeit n heißt Permutation (die Elemente mögen in der Menge jeweils nur einfach auftreten). Da im allgemeinen mehrere Möglichkeiten bestehen, Elemente anzuordnen, ist die Anzahl der Permutationen über einer Menge häufig größer als Eins. Für viele Anwendungen ist es interessant, diese Permutationen zu bilden oder ihre Anzahl p zu bestimmen.

Oft ist es interessant, die Permutationen von lediglich k Elementen ($k < n$) zu bilden beziehungsweise deren Anzahl p_k zu bestimmen.

Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [x] Die Permutationen der Menge $\{1, 2, 3\}$ sind $(1, 2, 3)$, $(1, 3, 2)$, $(2, 1, 3)$, $(2, 3, 1)$, $(3, 1, 2)$, $(3, 2, 1)$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Die Anzahl der Permutationen von k Elementen aus $\mathbb{A}$ ist
$$p_k = \frac{n!}{(n-k)!}$$
- [ ] Die Permutationen von 2 Elementen der Menge $1, 2, 3$ sind $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(2, 3)$.
- [x] Die Anzahl der Permutationen aller Elemente aus $\mathbb{A}$ ist
$$p = n!$$

zurück | 47. | vor

Frage 48 von 60:

Seit der *Krake Paul* für die Fußballweltmeisterschaft im Jahre 2010 im Sinne der Angabe des Spielgewinners alle sieben Spielergebnisse der deutschen Mannschaft sowie des Endspiels korrekt vorhergesagt hat, sind Tierorakel bei sportlichen Meisterschaften sehr populär geworden. Welche Aussagen über ihre Vorhersagen sind richtig, wenn angenommen wird, dass ein Spiel stets einen Gewinner hat, ein Unentschieden als Spielergebnis also ausscheidet?

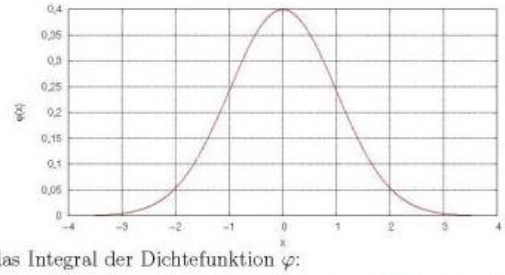
- [x] Werden 300 Orakeltiere befragt, dann ist es eher wahrscheinlich als unwahrscheinlich, dass eines von ihnen bei acht Spielen jeweils den Gewinner richtigt prophezeit.
- [ ] Es ist zu erwarten, dass die Wahrscheinlichkeit einer korrekten Vorhersage durch ein Tierorakel mit seiner Neigung zum Sporttreiben steigt.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.
- [x] Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Orakel bei acht Spielen den Gewinner zufällig korrekt vorhersagt, beträgt $p = 1/2^8 \approx 0,39\%$.
- [ ] Auf der Welt leben eigentlich nicht genügend Kraken, als dass mindestens einer von ihnen den Gewinner einer Folge von acht Spielen vorhersagen könnte.

zurück | 48. | vor

Frage 52 von 60:

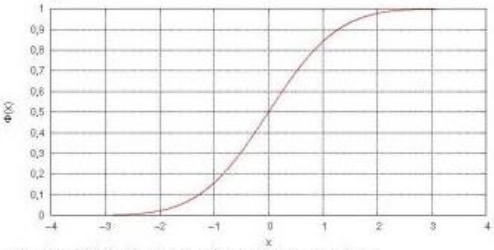
Die Standardnormalverteilung ist eine stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung mit der Dichtefunktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x^2}.$$



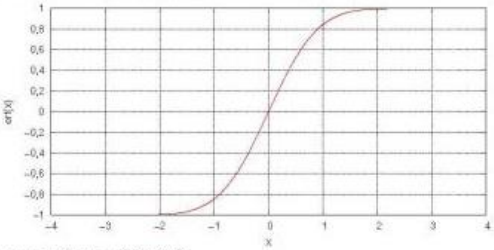
Die Standardnormalverteilung ist das Integral der Dichtefunktion φ:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t^2} \mathrm{d}t.$$



Die Standardnormalverteilung kann mit der Fehlerfunktion berechnet werden:

$$\Phi(x) = \frac{1}{2}\left(1 + \mathrm{erf}\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$$
$$\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x} \mathrm{e}^{-t^2} \mathrm{d}t.$$



Welche Aussagen sind in diesem Zusammenhang richtig?

- [ ] Die Fehlerfunktion (x) lässt sich geschlossen in eine elementare Stammfunktion integrieren.
- [x] Die Berechnung der Fehlerfunktion (x) erfolgt numerisch.
- [x] Die Dichtefunktion $\varphi(x)$ lässt sich nicht in eine elementare Stammfunktion integrieren.
- [ ] Die Fehlerfunktion (x) ist die Ableitung der Standardnormalverteilung $\Phi(x)$.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist richtig.

zurück | 52. | vor

Frage 53 von 60:

In der Statistik sind verschiedene Hypothesentests gebräuchlich. Welche gehören dazu?

- [ ] Fehlings Test.
- [ ] Keiner der übrigen Tests gehört zu den Hypothesentests.
- [x] Students t-Test.
- [x] χ^2-Test.
- [ ] Turing-Test.

zurück | 53. | vor

Frage 54 von 60:

Der Chi-Quadrat-Test kann für unterschiedliche Zwecke verwendet werden. Welche gehören dazu?

- [x] Anpassungstests, bei denen untersucht wird, welchem Zusammenhangsmodell unterschiedliche Größen am ehesten entsprechen.
- [ ] Keiner der übrigen Zwecke dient der Anwendung des Chi-Quadrat-Tests.
- [ ] Standard-Test zur Prüfung von Studierenden der Statistik.
- [x] Verteilungstests, bei denen untersucht wird, ob beobachtete Größen einer vermuteten Verteilung entsprechen.
- [x] Test auf stochastische Unabhängigkeit verschiedener Größen.

zurück | 54. | vor

Frage 58 von 60:

Gegeben sei ein lineares Gleichungssystem mit der Koeffizientenmatrix $\mathbf{A}$, der rechten Seite $\mathbf{b}$ und den Unbekannten in $\mathbf{x}$:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}.$$

Die Lösung linearer Gleichungssysteme erfolgt in der Praxis häufig durch das Gaußsche Eliminationsverfahren. Welche Aussagen über dieses Verfahren sind korrekt?

- [ ] Pivotisieren sollte vermieden werden.

Das Verfahren erfolgt in den Schritten:

- [x] **Antwort 1:** Vorwärtselimination,

  Antwort 2: Rückwärtseinsetzen.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen ist korrekt.
- [x] Die Determinante der Matrix $\mathbf{A}$ lässt sich einfach aus dem Produkt der Diagonalelemente der entstehenden Dreiecksmatrix berechnen.
- [x] Das Verfahren ist effizienter als die Lösung über die Inverse von $\mathbf{A}$ mit $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$.

zurück | 58. | vor

Frage 59 von 60:

Gegeben sei ein Polynom $p = p(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ vom Grad n mit reellwertigen Koeffizienten:

$$p(x) = a_n\, x^n + a_{n-1}\, x^{n-1} + \ldots + a_1\, x + a_0. \tag{1}$$

Das Polynom kann in modifizierter Form notiert werden als

$$p(x) = ((((a_n\, x + a_{n-1})x + a_{n-2})\, x + a_{n-3})\, x \ldots + a_1)\, x + a_0. \tag{2}$$

Welche Aussagen bezüglich der numerischen Verarbeitung dieses Polynoms treffen zu?

- [x] Die numerische Berechnung des Polynomwertes an der Stelle x sollte unter Verwendung der Formel 2 erfolgen, weil sie die Auswertung rechenaufwendiger Potenzen vermeidet.
- [ ] Der Aufwand zur numerischen Auswertung des Polynoms ist bei beiden Formeln gleich.
- [x] Die Anzahl der Multiplikationen und der Additionen ist bei beiden Formeln gleich, solange die Potenzauswertungen nicht mitgezählt werden.
- [ ] Keine der übrigen Aussagen trifft zu.
- [ ] Potenzen können numerisch sehr effizient berechnet werden. Deshalb ist der numerische Aufwand bei Formel 1 nur unwesentlich höher als bei Forme 2.

zurück | 59. | vor